

ME-711

Transferencia de Calor y Masa- Semestre Otoño 2010

Los Fenómenos de Transferencia son de importancia en todas las áreas de la Ingeniería Mecánica, en los seres vivos, en la naturaleza.

Conocer sus leyes es fundamental para comprender la dinámica de muchos procesos industriales y de generación de energía.

Por lo tanto, este curso, creado inicialmente como obligatorio de Magíster pero que sirve además como electivo de ingeniería, es una instancia de profundización en los fenómenos de transferencia que creemos que es básica para las diferentes opciones que puede tomar un estudiante de Magíster.

Enfoque del curso

Este es un curso dirigido a ingenieros, que realizan labores de la profesión 100% y no han pasado todavía a la "fase de administración" en sus carreras.

La noción de "fenómenos de transferencia" permite unificar una serie de áreas de la física que anteriormente se trataban en forma separada.

Libro pionero: Fenómenos de transporte, de Bird, Stewart, Lightfoot, 1960.

Segunda edición en 2007.

Esta noción se ha reforzado en los últimos 40 años, al ver que muchos fenómenos tienen leyes físicas expresadas por ecuaciones diferenciales de forma similar {1}

Como consecuencia, los métodos experimentales, analíticos y numéricos que se usan serán similares.

En los últimos 30 años, la capacidad de resolver problemas se ha multiplicado. Esto se nota en el enfoque de los libros de transferencia de calor. Los libros antiguos eran una especie de catálogo de casos resueltos, ya que las posibilidades reales de cálculo eran limitadas.

Los libros en 1980-1990 incluyeron el material antiguo, que a veces resulta didáctico y visual, pero se preocuparon de que los alumnos se ejercitaran realmente en resolver problemas.

Así, en los años 90 encontramos libros que incluían una colección de programas computacionales, normalmente en Fortran, para resolver casos que requerían una cantidad considerable de cálculos.

La programación de métodos de solución (in-house) ha sido por mucho tiempo la principal generadora de soluciones numéricas que han producido nuevo conocimiento.

Su limitación ha sido su especificidad, ya que se puede resolver un problema y unos pocos relacionados, usualmente con un solo tipo de física.

Simultáneamente, el desarrollo de métodos de modelación y simulación numérica ha entrado en una fase en la cual hay sistemas de gran alcance y amplitud y poder, que permiten simular diferentes tipos de fenómenos: Ejemplos: ANSYS, COMSOL.

Estos softwares se basan en el concepto de "Multiphysics".

Todas las ramas de la física están representadas en estos softwares, de modo que el ingeniero puede realizar modelos muy realistas en los que todos los efectos están considerados.

Al realizar un modelo cuantitativo el ingeniero formula el problema, geométrica y físicamente, y luego resuelve para obtener tanto representaciones gráficas como resultados cuantitativos de la aplicación.

En este proceso el ingeniero no tiene que ocuparse de programar como antes, sino más bien de formular adecuadamente su problema, para construir un modelo de éste.

En nuestro contexto el agrupar, o acoplar, los fenómenos de fluidodinámica (transferencia de cantidad de movimiento), transferencia de calor y transferencia de masa, es más que nunca posible con el concepto de Multiphysics.

Beneficios adicionales de este concepto son la posibilidad de abordar problemas interdisciplinarios y de colaborar entre ingenieros de la misma especialidad o de distintas especialidades.

Los softwares más difundidos se basan en la solución de los sistemas de ecuaciones diferenciales parciales que gobiernan las diferentes ramas de la física. A esto debe agregarse sus condiciones de borde.

Por esta razón es necesario un énfasis grande en la formulación de los problemas: El ingeniero debe poseer una adecuada formación para lograr la formulación de los problemas en la forma más fiel y rigurosa posible.

El curso pretende

- ✓ Entregar una visión unificada de los fenómenos de transferencia de momento, calor y masa,
- ✓ Abordar la solución analítica, numérica y de modelación de diversos problemas considerados típicos,
- ✓ Describir físicamente los resultados de las soluciones de estos problemas,
- ✓ Verificar o validar soluciones
- ✓ Relacionar sus soluciones con aplicaciones prácticas en diversos campos de la Ingeniería Mecánica.

Metodología:

Soluciones analíticas,
Soluciones numéricas programadas en diferencias finitas (Fortran y Matlab),
Soluciones numéricas obtenidas por medio del software Comsol (basado en el método de elementos finitos)

Contenidos

1.-Conducción en régimen permanente

Se consideran los problemas que tienen importancia en el contexto de aletas. Casos 1, 2 y 3 D. Algunas aplicaciones del análisis elemental de aletas. Otros casos en que el coeficiente de convección no es especificado, sino que debe calcularse (P. Ej., caso de cavidades).

Aletas triangulares

Aletas transversales

Aletas en un haz de tubos (evaporador de refrigeración)

Manufacturadores de aletas o superficies aleteadas

Resultado esperado: Ampliación de los conocimientos en los aspectos básicos de los fenómenos de transferencia. Formulación, ecuaciones y condiciones de borde. Efectos geométricos y físicos.

2.-Conducción transiente: Dinámica temporal de fenómenos de amplio campo de aplicación. Soluciones analíticas, soluciones numéricas 2D, 3D, Comsol. Geometrías simples (placa, cilindro, esfera) y geometrías con complejidades. Aplicación a problemas de tratamiento térmico de aceros.

3.-Transferencia de masa por difusión y convección. Ecuaciones, condiciones de borde, grupos adimensionales. Casos de difusión pura, sólidos, líquidos, gases.

Las aplicaciones de la transferencia de masa para el Ingeniero Mecánico. Transferencia de masa convectiva, Diagrama psicrométrico, evaporación superficial desde cuerpos de agua, sublimación de sólidos, secado de sólidos.

4.-Flujo en canales. Problema de Graetz laminar. Solución por diferencias finitas del problema de entrada térmica con perfil de velocidad parabólico y solución del problema completo, con desarrollo del perfil de velocidad, a través de Comsol. Ejemplos del problema de Graetz turbulento. Aplicación: Tubos de intercambiadores de calor de macro y microescala.

5.- Flujo bifásico.

Descripción de flujos líquido gas y líquido vapor con cambio de fase.

Transferencia de calor en estos sistemas. Aplicaciones en refrigeración por compresión de vapor.

6.- Flujo en ambientes climatizados y calefaccionados. Modos de flujo, disipación de calor, deposición de humedad.

Introducción

[Formulación de Problemas de Mecánica de Fluidos, Transferencia de Calor y de Masa.](#)

Los procesos de transferencia tienen dos formas principales: Difusión y Convección (aparte de la radiación que solo opera en el caso de transferencia de calor)

La difusión y la convección se definen para la transferencia de momento, calor y masa. Las ecuaciones generales de los procesos de transferencia muestran la forma de los diferentes procesos.

Origen de los sistemas de ecuaciones:

Flujo de Fluidos:

En el flujo de fluidos viscosos, las ecuaciones de movimiento, derivadas de la segunda ley de Newton, se escriben en la siguiente forma en el caso bidimensional cartesiano e incompresible:

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = F_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}$$
$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right) = F_y + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}$$

F representa las fuerzas en el volumen, σ los esfuerzos normales a las caras de un volumen de control, y τ los esfuerzos de corte (paralelos a las caras, que causan distorsión de forma). u y v son las velocidades según los ejes x e y respectivamente (horizontal y vertical). Los lados izquierdos representan los componentes de la aceleración del fluido (derivada total de la velocidad)

Las ecuaciones anteriores son generales, representando la ley $F = m a$ para un elemento de fluido viscoso. Sin embargo, no pueden ser resueltas sin especificar una forma de comportamiento esfuerzo-deformación del fluido.

Una ley particular que relaciona los esfuerzos con las tasas de deformación (gradientes de velocidad) es la ley de Stokes:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$\sigma_x = -p + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad \sigma_y = -p + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}.$$

Reemplazando la ley de Stokes en las ecuaciones de movimiento, se obtienen las ecuaciones de Navier-Stokes:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = F_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$

En ambas ecuaciones identificamos, de izquierda a derecha:

Términos de Inercia, o de aceleración, o convectivos, no lineales.
Términos fuente (Fuerzas en el cuerpo y gradientes de presión)
Términos viscosos o difusivos.

La ecuación de la energía térmica para un campo de temperatura $T(x,y,t)$:

$$\rho C \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} \right) + \mu \phi$$

q representa los flujos de calor por conducción.

ϕ Es la función disipación (energía liberada en forma de calor por roce viscoso). Al igual que en el caso fluidodinámico, existe una ley particular (Ley de Fourier) que relaciona estos flujos con los gradientes de temperatura presentes en el medio:

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x} \quad q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y}$$

Por lo cual la ecuación queda en términos de temperatura:

$$\rho C \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \mu \phi$$

De izquierda a derecha, tenemos los términos convectivos, difusivos (conductivos), y el término fuente. Este término, llamado disipación viscosa, se expresa en 2D:

$$\phi = \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right]$$

Existe una analogía entre las ecuaciones de movimiento y energía, pues tienen términos correspondientes, aunque la magnitud que se transporta es otra. Mientras la ecuación de movimiento es vectorial, la de la energía es escalar. La transferencia de calor en un fluido en movimiento estará descrita por el sistema de ecuaciones precedente.

Aunque en el pasado este sistema de ecuaciones solo se prestaba sólo para unas pocas soluciones analíticas, desde 1960 en adelante, el desarrollo de computadores y métodos numéricos han permitido hacer resoluble casi cualquier problema de mecánica de fluidos y transferencia de calor.

Transferencia de masa

Este término describe el movimiento relativo de especies químicas diferentes en una mezcla debido a la presencia de gradientes de concentración. Nos ocupamos en consecuencia, de mezclas o soluciones, no de sustancias puras.

En una solución con sus constituyentes distribuidos uniformemente, no hay flujo de masa relativo entre los componentes.

Si la concentración de los constituyentes no es uniforme, existe difusión de una especie en otra, que procede hasta lograr uniformidad de concentración, si esto es posible, en un recipiente cerrado.

Un ejemplo común es la evaporación de agua desde una piscina. El aire ubicado justamente sobre la superficie del agua estará saturado en vapor de agua. A mayor distancia de la superficie, el aire no estará saturado, por lo cual surge un flujo de vapor de agua hacia el aire. La capa saturada se repone continuamente mediante evaporación superficial.

La velocidad con que un soluto se mueve, en un punto dado, es función del gradiente de concentración del soluto.

Formas de expresar concentración de una especie o componente.

Tenemos la densidad de una sustancia, en kg/m³.

Una mezcla de varios componentes tendrá una densidad que es la suma de las densidades parciales de los componentes:

$$\rho = \sum_i \rho_i = \sum_i M_i C_i$$

En que M_i es el peso molecular de la especie (kg/kg mol), y C_i su concentración molar (kmol /m³).

El número total de moles por unidad de volumen en una mezcla es también aditivo:

$$C = \sum_i C_i$$

La fracción másica y la fracción molar de una especie en una mezcla:

$$m_i = \rho_i / \rho \quad x_i = C_i / C$$

$$\text{Con:} \quad \sum_i m_i = 1, \quad \sum_i x_i = 1$$

Ley de Fick (difusión de masa), A. E. Fick, 1855.

Así como el calor se transfiere mediante un gradiente de temperatura, la masa lo hace mediante un gradiente de concentración.

La transferencia de la especie A en una mezcla binaria de A y B, se expresa en forma vectorial como:

$$j_A = -\rho D_{AB} \nabla m_A = -D_{AB} \nabla \rho_A$$

$$\bar{J}_A = -CD_{AB} \nabla x_A = -D_{AB} \nabla C_A$$

La primera nos da el flujo de masa por unidad de tiempo y de área perpendicular a la dirección de transferencia.

La segunda nos da el flujo de moles por unidad de tiempo y de área perpendicular a la dirección de transferencia.

Esta ley indica que el flujo de masa de un constituyente, relativo al movimiento de la mezcla, tiene la dirección de la concentración decreciente.

Entonces j se expresa en $kg/s m^2$ y J en $kmol/s m^2$.

Las convenciones de signo son idénticas a la Ley de Fourier. Hay sin embargo, una pequeña complicación que no se da en la ley de Fourier.

D_{AB} , la difusividad de A en B es función de la naturaleza química de A y B, y de la temperatura, presión y aún de las concentraciones en la solución. Se expresa en dimensiones de $L^2 T^{-1}$

[Coordenadas fijas o que se mueven con la mezcla.](#)

Si una especie migra en una dirección, otra especie lo hará en dirección contraria. Las expresiones anteriores consideran flujos medidos en relación con coordenadas que se mueven con la velocidad promedio de la mezcla.

Pero queremos como siempre expresar los flujos en relación a un sistema fijo de coordenadas.

Se definen 2 formas de flujos de difusión, en moles/ (tiempo área):

1. N , flujo de un constituyente relativo a ejes fijos en el espacio, y
2. J , flujo de un constituyente relativo a la velocidad molar media de todos los constituyentes.

Flujos absolutos molares en función de las velocidades respecto a ejes estacionarios:

$$N_A = u_A C_A, \quad N_B = u_B C_B$$

En términos de masa:

$$n_A = u_A \rho_A, \quad n_B = u_B \rho_B$$

Velocidad másica media, v

$$\rho v = n_A + n_B = \rho_A u_A + \rho_B u_B \Rightarrow v = m_A u_A + m_B u_B$$

Todas las velocidades en la ecuación anterior son absolutas (c/r a ejes estacionarios).

El flujo de masa de la especie A se puede representar en relación a la velocidad media de la mezcla:

$$j_A = \rho_A (u_A - v) \Rightarrow n_A = j_A + \rho_A v$$

Esta expresión indica que hay dos contribuciones para el flujo absoluto de una especie A.

- Una contribución debida a difusión (movimiento de masa de A en relación a la mezcla)
- Una contribución debida al movimiento de A debido al movimiento de la mezcla a su velocidad media.

Por lo tanto, la ley de Fick en términos del flujo absoluto de A, se escribe:

$$\bar{n}_A = -\rho D_{AB} \nabla m_A + m_A (n_A + n_B)$$

En el siguiente apunte mostraremos la obtención de la ecuación de la conservación de la masa por especie, y como la suma de estas ecuaciones conduce a la ecuación de continuidad para toda la mezcla.