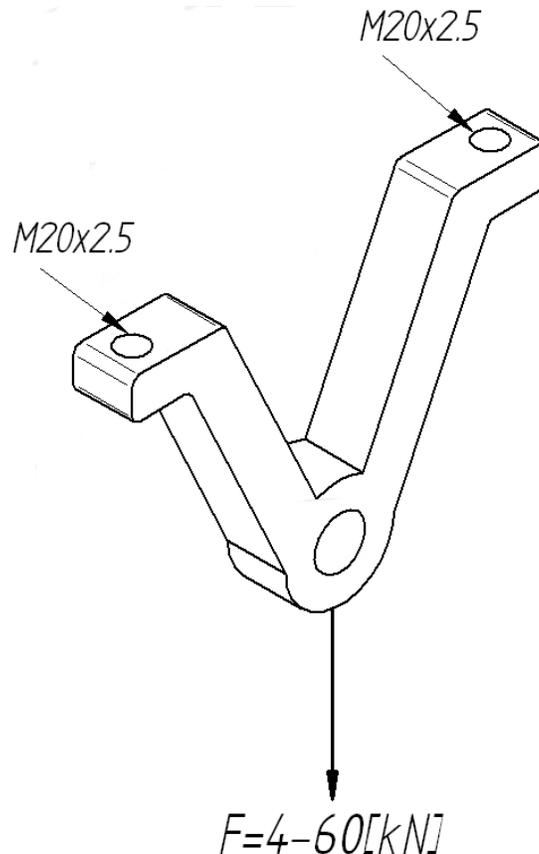


Ejercicio N°3.

En la figura se muestra un soporte de un eje que se ancla al techo mediante dos pernos M20x2.5 ISO grado 8.8 a una viga de acero en el techo de una sala de máquinas. Este soporte está sometido a una carga radial oscilante que va entre 4 y 60[kN]. El agarre de los pernos (incluyendo oreja del soporte, viga y golilla) es de 48[mm]. Las tuercas utilizadas tienen un espesor $H=18$ [mm]. El soporte está fabricado en acero.

- Calcule el largo mínimo de los pernos (desprecie el espesor de la golilla) redondeándolo a [cm], la rigidez para un perno, K_b , la rigidez de los elementos unidos, K_m y el factor de carga.
- Un ingeniero calculó los pernos considerando solamente carga estática asumiendo que la carga externa correspondía al máximo valor del rango y tomando un coeficiente de seguridad igual a 3. Obtenga el valor de la precarga y del torque que se especificaron para estas uniones bajo este criterio, suponiendo que las uniones están lubricadas.
- Calcule el factor de seguridad para carga bajo fatiga utilizando el criterio de falla de Sodelberg. Dibuje este punto y el del esfuerzo asumido por el ingeniero de la parte b. en un diagrama σ_m - σ_a , junto con las líneas de Sodelberg y de Fluencia. Comente.



Pauta Ejercicio 3 ME56A

Felipe Figueroa G. - ffiguero@ing.uchile.cl

20 de abril de 2006

1. Parte a

El largo mínimo que debe tener el perno es tal que por lo menos contenga a los elementos unidos (el agarre L_G) y la tuerca con la que se cierra la unión. Así, aproximando el largo final L del perno al centímetro más próximo hacia arriba (**0.5 pto.**):

$$L_{min} = L_G + H = 48 + 18 = 66[mm] \quad (1)$$

$$L = L_{min} + \varepsilon = 70[mm] \quad (2)$$

Luego el largo total del perno con hilo es:

$$L_t = 2D + 6 = 2 \cdot 20 + 6 = 46[mm] \quad (3)$$

El largo del perno con hilo que está dentro de la unión l_t y el largo restante sin hilo l_d están dados por:

$$l_d = L - L_t = 70 - 46 = 24[mm] \quad (4)$$

$$l_t = L_G - l_d = 48 - 24 = 24[mm] \quad (5)$$

Sabiendo que el perno es un M20 se sabe que su área de resistencia a la tracción es $A_t = 245[mm^2]$ (tabla 8-1), que su área en la sección sin hilo es $A_d = \pi d^2/4 = 314,16[mm^2]$, en donde d es el diámetro nominal del perno, $20[mm]$. El módulo de Elasticidad o de Young para el acero es de $200[GPa]$. Luego la rigidez de un perno de estas características está dado por (**0.5 pto.**):

$$k_b = \frac{A_d A_t E}{A_d l_t + A_t l_d} = 1147,1 \left[\frac{kN}{mm^2} \right] \quad (6)$$

Suponiendo que los dos elementos unidos (la oreja del soporte y el ala de la viga) son del mismo espesor y del mismo material, se puede utilizar la regresión exponencial de la ec. 8-23 para calcular la

rigidez de los elementos unidos, k_m (**0.5 pto.**), en donde las constantes A y B se obtienen de la tabla 8-8 (acero):

$$k_m = EdA \exp(Bd/l) = 200[\text{GPa}]20[\text{mm}]0,78715 \exp(0,62873 \cdot 20/48) = 4091,67 \left[\frac{\text{kN}}{\text{mm}^2} \right] \quad (7)$$

En donde l es el agarre de la unión, $48[\text{mm}]$. La rigidez también podía calcularse más engorrosamente como:

$$k_m = \frac{0,577\pi Ed}{2 \ln \left(5 \cdot \frac{0,577l+0,5d}{0,577l+2,5d} \right)} = 4091 \left[\frac{\text{kN}}{\text{mm}^2} \right] \quad (8)$$

El factor de carga queda como (**0.5 pto.**):

$$C = \frac{k_b}{k_b + k_m} = \frac{1147,1}{1147,1 + 4091,67} = 0,219 \quad (9)$$

2. Parte b

La fuerza resultante en el perno, F_b , tiene dos componentes: una fracción de la carga externa aplicada P (mediante el factor de carga C) y la precarga F_i , o sea $F_b = CP + F_i$. Asumiendo una carga externa $P = 30[\text{kN}]$ ($60[\text{kN}]$ dividido en 2 pernos), un factor de seguridad $n_s = 3$ y sabiendo que la resistencia de prueba del acero ISO clase 8.8 ($S_p = 600[\text{MPa}]$) se tiene que:

$$CP + F_i = \frac{S_p A_t}{n_s} \Rightarrow F_i = 42,43[\text{kN}] \quad (10)$$

(**1 pto.**)

Se sabe que la unión esta lubricada, luego el coeficiente de par de torsión, K , se obtiene de la tabla 8-15 que $K = 0,18$. Con esto se puede calcular el apriete que se le debe dar al perno con una llave de torque para que cumpla con el factor de seguridad impuesto:

$$T = KF_i d = 0,18 \cdot 42,43[\text{kN}] \cdot 0,02[\text{m}] = 152,75[\text{Nm}] \quad (11)$$

(**1 pto.**)

3. Parte c

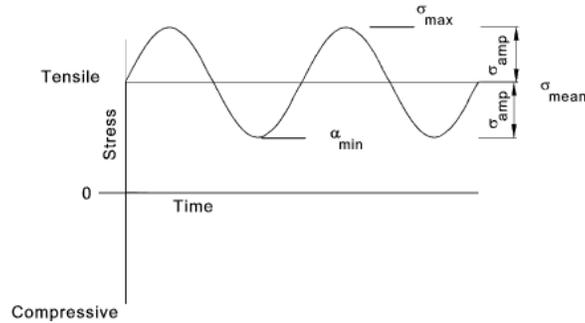


Figura 1: Variación del esfuerzo aplicado σ en función del tiempo.

Los criterios de falla por fatiga se basan en que la carga en el tiempo sigue una distribución relativamente periódica, como la mostrada en la figura 1. En este caso, el esfuerzo mínimo nunca pasa por cero, ya que siempre por lo menos está la precarga presente en el perno apretado.

Las ecuaciones que describen los criterios de falla requieren del cálculo de dos parámetros que describen el esfuerzo fluctuante aplicado. Estas cantidades corresponden a la amplitud y el promedio de estos esfuerzos, los cuales están dados por:

$$\sigma_a = \left| \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \right| \quad (12)$$

$$\sigma_m = \left(\frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \right) \quad (13)$$

En nuestro caso, el mínimo esfuerzo está dado cuando sobre el perno actúa la precarga y la carga externa mínima (ponderada por el factor de carga C). De igual manera, la carga máxima está dada cuando está presente la precarga y la carga externa máxima. Con esto se resuelve:

$$\sigma_{min} = \frac{F_i + CP_{min}}{A_t} = \frac{42,43[kN] + 0,219 \cdot 2[kN]}{245[mm^2]} = 174,97[MPa] \quad (14)$$

$$\sigma_{max} = \frac{F_i + CP_{max}}{A_t} = \frac{42,43[kN] + 0,219 \cdot 30[kN]}{245[mm^2]} = 200[MPa] \quad (15)$$

Con lo que se calcula

$$\sigma_a = \left| \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \right| = 12,52[MPa] \quad (16)$$

$$\sigma_m = \left(\frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \right) = 187,49[MPa] \quad (17)$$

El criterio de Soderberg establece que la falla por fatiga esta descrita por la ecuación:

$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_y} = 1 \quad (18)$$

En donde S_y es el límite de fluencia (*yield strength*, 660[MPa], tabla 8-11), S_e es la resistencia corregida a la fatiga para los pernos (129[MPa], tabla 8-17), $S_a = n_f \sigma_a$, $S_m = n_f \sigma_m$ y n_f es el factor de seguridad. Reemplazando esto en la ec. 18, se puede despejar el factor de seguridad (**1 pto.**):

$$n_f = \frac{S_e S_y}{S_y \sigma_a + S_e \sigma_m} = \frac{129 \cdot 660}{660 \cdot 12,52 + 129 \cdot 187,49} = 2,62 \quad (19)$$

En este caso se ve que el factor de seguridad es menor que el que se obtuvo si se considera solo carga estática, por lo que la moraleja es, obviamente, siempre realizar ambos cálculos en una unión apernada, ya que la falla puede ser tanto por fluencia como por fatiga (**0.5 pto.** por el comentario).

El diagrama $\sigma_a - \sigma_m$ se muestra a continuación (**0.5 pto.**).

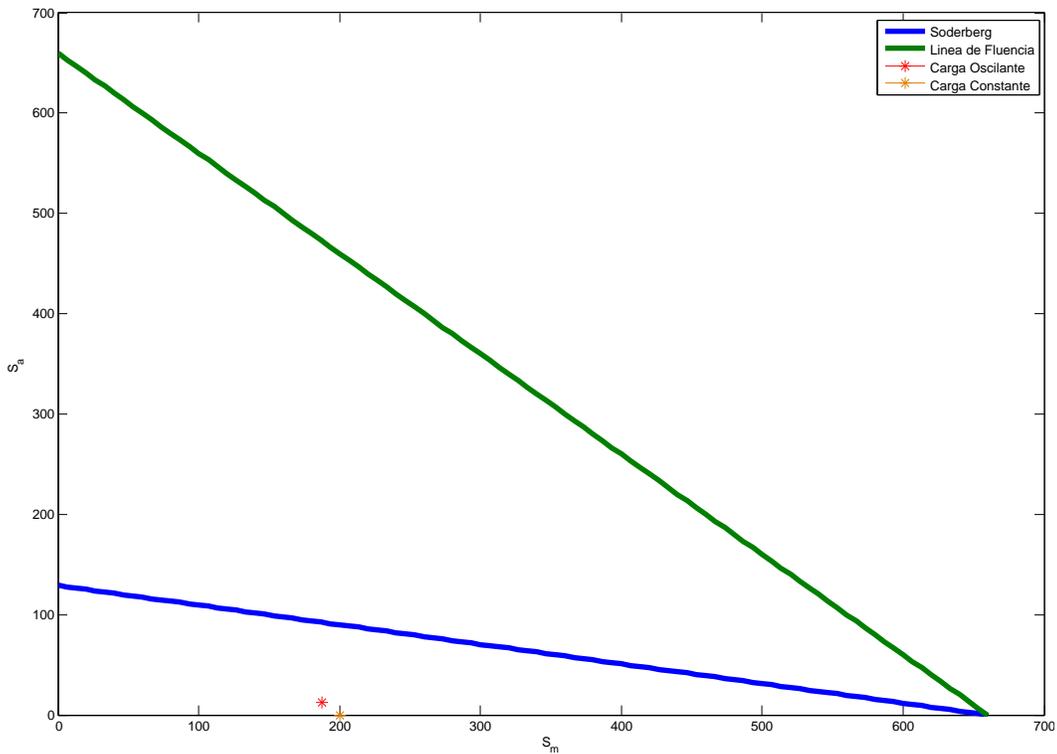


Figura 2: Criterio de Falla de Soderberg y de Fluencia a primer ciclo.