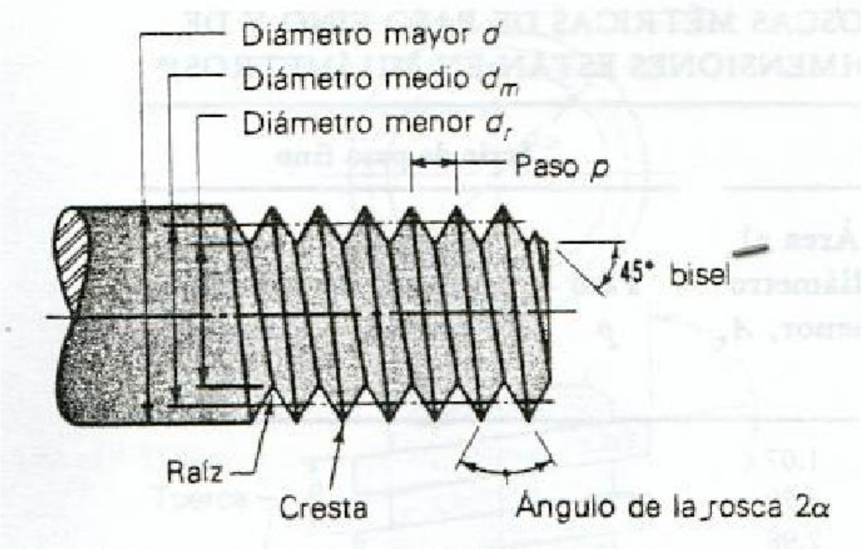
# Elementos de Unión y Tornillos de Potencia

Profesor: Roberto Corvalán P.
Auxiliar: Fernando Torres F.

Universidad de Chile

Otoño 2010


Diámetro mayor d
Diámetro medio $d_m$
Diámetro menor $d_r$
Paso p
45° bisel
Raíz
Cresta
Angulo de la rosca 2α

# Parámetros del Perno

- Los diámetros y áreas de roscas métricas de paso gruesa y fino se muestranen la tabla 8-1.
- Avance, $l$: cuanto se mueve axialmente el perno después de un giro de 360º. Cuando hay solo un hilo $l = p$.
- Paso, $p$: Distancia entre dos cuerdas adyacentes.
- Área de Esfuerzo de Tensión, $A_t$: área equivalente para un ensayo de tracción de un perno sin hilo.

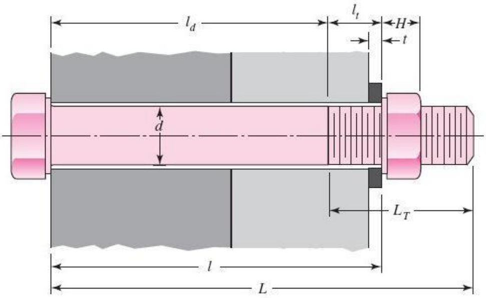
# Parámetros del Perno

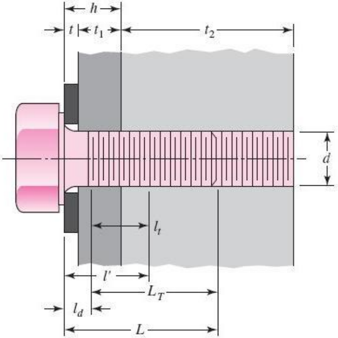
- Largo zona con hilo, $L_t$:

$$L_t = \begin{cases} 2d + 6\ mm & L \leq 125 \quad d \leq 48\ mm \\ 2d + 12\ mm & 125 < L \leq 200\ mm \\ 2d + 25\ mm & 200 < 200\ mm \end{cases}$$

- Redondear usando la tabla A-17
- Todas las medidas están en mm. (Serie M)
- Las roscas (o hilos) para la serie métrica se denominan escribiendo el diámetro y el paso en milímetros, en ese orden.
- Ejemplo: M8x1.25 $\Rightarrow$ d=8[mm], p=1.25[mm]

- $A_d = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ del área sin rosca
- $A_t$ de la parte roscada, tablas 8-1 y 8-2
- $l_d$: longitud de la parte útil sin rosca
- $l_t$: longitud de la parte útil roscada



# Análisis de Fuerza

- El perno proporciona una fuerza para mantener la unión debido a su elongación. Dicha elongación es causada por el apriete de éste
- La fuerza causada por esta elongación se conoce como Precarga, o $F_i$
- La precarga está presente después del apriete, sin importar que no hayan fuerzas externas aplicadas a la unión

- $P$: carga externa de tensión
- $P_b$: parte de $P$ tomada por el perno
- $P_m$: parte de $P$ tomada por los elementos
- $F_b = P_b + F_i$: carga resultante en el perno
- $F_m = P_m - F_i$: carga resultante en los elementos
- $C$: fracción de la carga externa $P$ soportada por el perno
- $1 - C$: fracción de la carga externa $P$ soportada por los elementos

# Análisis de Fuerza

La carga $P$ es de tensión y causa que el perno se estire en una distancia $\delta$, elongacón que puede relacionarse con la rigidez si recordamos que $k$ es la fuerza dividida entre la deflexión.

$$\delta = \frac{P_b}{k_b} = \frac{P_m}{k_m}$$

$$\Rightarrow P_m = P_b \cdot \frac{k_m}{k_b}$$

Y como sabemos que $P = P_b + P_m$

$$P_b = \frac{k_b \cdot P}{k_b + k_m} = C \cdot P$$

y

$$P_m = P - P_b = (1 - C) \cdot P$$

Donde

$$C = \frac{k_b}{k_b + k_m}$$

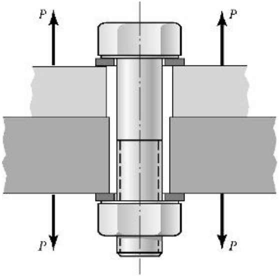
# Análisis de Fuerza

La carga resultante en el perno es

$$F_b = P_b + F_i = C \cdot P + F_i \qquad F_b > 0$$

La carga resultante en los elementos es

$$F_m = P_m - F_i = (1 - C) \cdot P - F_i \qquad F_m < 0$$




El perno se diseña en función de la carga $F_b$

# Rigidez del Perno

La rigidez del perno esta dada por

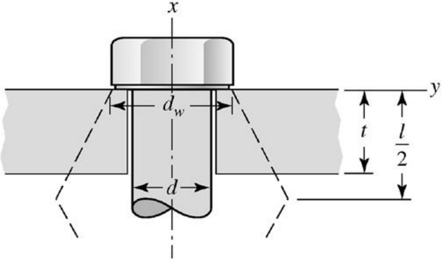
$$k_t = \frac{A_t \cdot E}{l_t} \qquad \text{Parte con hilo}$$

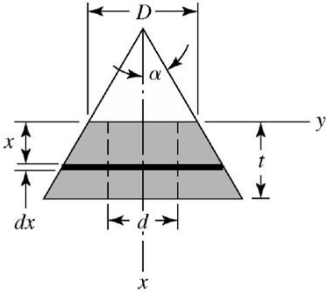
$$k_d = \frac{A_d \cdot E}{l_d} \qquad \text{Parte sin hilo}$$

$$\frac{1}{k_b} = \frac{1}{k_t} + \frac{1}{k_d}$$

$$\Rightarrow k_b = \frac{A_d \cdot A_t \cdot E}{A_d \cdot l_t + A_t \cdot l_d}$$

Hay una distribución de la carga en los elementos unidos, denominada cono de presión de Rotscher.



# Rigidez de los Elementos

- La rigidez de un elemento está dada por

$$k_{m,i} = \frac{\pi \cdot E \cdot d \cdot tan(\alpha)}{ln\left(\frac{(2 \cdot tan(\alpha) \cdot t + D - d)(D + d)}{(2 \cdot tan(\alpha) \cdot t + D + d)(D - d)}\right)}$$

- Para acero endurecido, hierro fundido o aluminio, el ángulo del cono se toma $\alpha = 30^{o}$
- En este caso, la rigidez de un elemento esta dada por:

$$k_{m,i} = \frac{0,5774 \cdot \pi \cdot E \cdot d}{ln\left(\frac{(1{,}155 \cdot t + D - d)(D + d)}{(1{,}155 \cdot t + D + d)(D - d)}\right)}$$

# Rigidez de los Elementos

- Donde D es el diametro en el inicio del cono
- Usualmente se usa que $D = d_w$, donde $d_w$ es el diámetro de la arandela

Finalmente, la rigidez de los n elementos está dada por

$$\boxed{\frac{1}{k_m} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{k_{m,i}}}$$

Para el caso en que:

- $\alpha = 30°$
- $d/l = 0,4$
- Arandelas de diametro estándar ($d_w = 1{,}5 \cdot d$)
- Elementos del mismo material

Se puede utilizar la tabla 8-8 con

$$\frac{k_m}{E \cdot d} = A \cdot exp\left(\frac{B \cdot d}{l}\right)$$

| Material Used | Poisson Ratio | Elastic GPa | Modulus Mpsi | A | B |
|---|---|---|---|---|---|
| Steel | 0.291 | 207 | 30.0 | 0.787 15 | 0.628 73 |
| Aluminum | 0.334 | 71 | 10.3 | 0.796 70 | 0.638 16 |
| Copper | 0.326 | 119 | 17.3 | 0.795 68 | 0.635 53 |
| Gray cast iron | 0.211 | 100 | 14.5 | 0.778 71 | 0.616 16 |
| General expression | | | | 0.789 52 | 0.629 14 |

Se puede obtener una buena estimación del par de torsión necesario para producir una precarga es dado por

$$T = K \cdot F_i \cdot d$$

Donde $K$ es el coeficiente del par de torsión

$$K = \left(\frac{d_m}{2d}\right)\left(\frac{tan\lambda + f \cdot sec\alpha}{1 - f \cdot tan\lambda \cdot sec\alpha}\right) + 0{,}625 \cdot f_c$$

Con

$$tan\lambda = \frac{l}{\pi \cdot d_m}$$

Alternativamente, se puede obtener K de la tabla 8-15

**Table 8–15**

Torque Factors $K$ for Use with Eq. (8–27)

| Bolt Condition | $K$ |
|---|---|
| Nonplated, black finish | 0.30 |
| Zinc-plated | 0.20 |
| Lubricated | 0.18 |
| Cadmium-plated | 0.16 |
| With Bowman Anti-Seize | 0.12 |
| With Bowman-Grip nuts | 0.09 |

# Carga de Prueba

- El esfuerzo de prueba $S_p$ se define como el esfuerzo aproximado que genera una deformación permanente de 0.0001 [in] en el sujetador. (Tablas 8-9, 8-10 y 8-11)
- La fracción de la carga de prueba utilizada por la precarga es

$$\xi_1 = \frac{F_i}{S_p A_t} = \frac{\sigma_i}{S_p}$$

- La fracción del esfuerzo de prueba que siente el perno está dado por

$$\xi_2 = \frac{\sigma_b}{S_p} = \frac{CP}{A_t S_p} + \frac{\sigma_i}{S_p} = \frac{CP}{A_t S_p} + \xi_1$$

# Carga de Prueba

La ecuación de diseño para cargas estáticas queda

$$n_p \cdot F_b \leq F_p$$

$$\boxed{n_p = \frac{F_p}{F_b} = \frac{A_t S_p}{A_t \sigma_b} = \frac{S_p}{\xi_2 S_p} = \frac{1}{\xi_2}}$$

- El empleo de roscas laminadas es el método predominante de formación de roscas en sujetadores de tornillo
- Para pernos y tornillos con roscas laminadas se tiene tabulada la resistencia a la fatiga $S_e$ completamente corregida para carga axial en la tabla 8-17.

| Grade or Class | Size Range | Endurance Strength |
|---|---|---|
| SAE 5 | $\frac{1}{4}$–1 in | 18.6 kpsi |
| | $1\frac{1}{8}$–$1\frac{1}{2}$ in | 16.3 kpsi |
| SAE 7 | $\frac{1}{4}$–$1\frac{1}{2}$ in | 20.6 kpsi |
| SAE 8 | $\frac{1}{4}$–$1\frac{1}{2}$ in | 23.2 kpsi |
| ISO 8.8 | M16–M36 | 129 MPa |
| ISO 9.8 | M1.6–M16 | 140 MPa |
| ISO 10.9 | M5–M36 | 162 MPa |
| ISO 12.9 | M1.6–M36 | 190 MPa |

# Carga Variable

- La mayoría de las veces, la carga aplicada de manera externa fluctúa entre cero y alguna fuerza máxima
- Para tales casos $F_{max} = F_b$ y $F_{min} = F_i$
- La componente alternante de la fuerza es

$$F_a = \frac{F_{max} - F_{min}}{2} = \frac{F_b - F_i}{2}$$

- Dividiendo por $A_t$ se obtiene la componente alternante del esfuerzo del perno

$$\sigma_a = \frac{F_b - F_i}{2A_t} = \frac{(CP + F_i) - F_i}{2A_t} = \frac{CP}{2A_t}$$

- El esfuerzo medio es igual al componente alternante más el esfuerzo mínimo $\sigma_i = \dfrac{F_i}{A_t}$

$$\sigma_m = \frac{CP}{2A_t} + \frac{F_i}{A_t}$$

- En el diagrama de fatiga, la linea de carga es $\sigma_m = \sigma_a + \sigma_i$

Los criterios de falla utilizados para estos casos son:

- Goodman

$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_{ut}} = 1$$

- Gerber

$$\frac{S_a}{S_e} + \left(\frac{S_m}{S_{ut}}\right)^2 = 1$$

- ASME elíptico

$$\left(\frac{S_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{S_m}{S_{ut}}\right)^2 = 1$$

Donde $S_m = S_a + \sigma_i$

- El factor de seguridad que protege contra la fatiga está dado por

$$n_f = \frac{S_a}{\sigma_a}$$

- Aplicando lo anterior a la ecuación de Goodman se obtiene la ecuación de diseño

$$\boxed{n_f = \frac{2 \cdot S_e(S_{ut} \cdot A_t - F_i)}{CP(S_{ut} + S_e)}}$$