Auxiliar # 7, 13 de Mayo

P1. Sea el problema:

$$\begin{array}{ll} max & z = 3x_1 + x_2 + 4x_3 \\ \\ s.a & 6x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 25 \\ & 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 20 \\ & x_i \geq 0 \end{array}$$

Se entrega la siguiente información canónica:

$$\begin{array}{ll} min & \tilde{z} = -17 + \bar{c}_2 x_2 + \frac{1}{5}x_4 + \frac{3}{5}x_5 \\ \\ s.a & x_1 - \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{3}x_4 - \frac{1}{3}x_5 = \bar{b}_1 \\ & x_2 + x_3 - \frac{1}{5}x_4 + \frac{2}{5}x_5 = \bar{b}_2 \\ & x_i \geq 0 \end{array}$$

En donde $\tilde{z} = -z$ y x_4, x_5 son las variables de holgura definidas en la primera y segunda restricción respectivamente.

a) A partir de la información entregada encuentre la solución óptima del problema y encuentre los coeficientes incógnitos.

b) Suponga que las restricciones del problema original en lugar de $\leq$ se cambian por $\geq$. A partir de la información entregada encuentre la solución óptima del problema modificado.

P2. Resolver el siguiente problema usando Simplex:

$$\begin{array}{ll} max & z = 6x_1 + 4x_2 \\ \\ s.a & x_1 + x_2 \leq 10 \\ & 2x_1 + x_2 \geq 4 \\ & x_i \geq 0 \end{array}$$

P3. El Teorema de Equilibrio

Sea:

$$\begin{array}{lll} (P) & max & c^T x \\ & & Ax \leq b \\ & & x \geq 0 \end{array} \qquad \begin{array}{lll} (D) & min & b^T y \\ & & A^T y \geq c \\ & & y \geq 0 \end{array}$$

Sea x^* e y^* puntos factibles del primal y del dual respectivamente, entonces x^* e y^* son óptimos si y solo si:

$$y_i^* = 0 \qquad \forall\, i\ tq \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j^* < b_i$$

y

$$x_j^* = 0 \qquad \forall\, j\ tq \sum_{i=1}^{m} a_{ji} y_i^* > c_j$$

P4. Resuelva usando SIMPLEX el siguiente problema fraccional:

$$\min \quad \frac{x_2 - 6}{x_1 + x_2 + 2}$$

$$\begin{aligned} s.a \quad & -x_1 + x_2 \leq 3 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ & x_1 \geq 0 \\ & x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

P5.

Un comerciante compra azúcar a granel y vende al detalle. Para venderla tiene dos alternativas: envases de 1 kg y envases de 5 kg. El precio de venta es $300 y $250 por kg respectivamente, y en el mercado del azúcar al detalle se pueden vender 20.000 kg en envases de 1 kg y 17.000 en envases de 5 kg.

Debido a un contrato anterior se deben entregar 5.000 kg en envases de 5 kg a un determinado cliente.

El comerciante se puede abastecer de azúcar desde dos proveedores. El primero le puede vender hasta 15.000 kg a un precio de $90 por kg, y el segundo le ofrece la cantidad de azúcar que el comerciante desee, pero a un precio de $110 por kg y debido a requerimientos de sus distribuidores el comerciante debe vender menos del tercio del azúcar en envases de 1 kg.

Además, suponga que el precio de los envases y el proceso de envasado son nulos, y que el comerciante no tiene azúcar almacenada y vende todo el azúcar que compra.

a) Formule un problema de programación lineal que permita al comerciante decidir cuál es el plan de abastecimiento y ventas de modo de obtener el mayor beneficio en su negocio.
b) Formule el dual de este problema.