# Pauta P5

## (a)

$$\hat{\beta} = \frac{\sum(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum(X_i - \bar{X})^2} = \frac{\sum X_i Y_i - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum X_i^2 - n\bar{X}^2} = 0.416$$

$$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta}\bar{X} = 33.71$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum(\hat{Y}_i - Y_i)^2}{n-2} \approx 163.64$$

Para estudiar si existe una relación lineal, se tiene:

$$H_0 : \beta = 0$$
$$H_1 : \beta \neq 0$$

Región Crítica:

$$R = \{|\hat{\beta}| > c\}$$

Bajo $H_0$ se tiene

$$\frac{S_X \hat{\beta}}{S} \sim t_{n-2}$$

con $S_X = 118.931$ y $S = 12.7922$.
Se quiere

$$\mathbb{P}(\left|\frac{S_X \hat{\beta}}{S}\right| > \frac{S_x c}{S}) = 0.05$$

Así, $c = 0.225984$ y como $\hat{\beta} > c$ se rechaza $H_0$, ie, existe relación lineal.

## (b)

$T = \frac{\hat{Y} - Y}{\sqrt{Var(\hat{Y})}} \sim t_{n-2}$ con $\sqrt{Var(\hat{Y})} = S\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(90-\bar{X})^2}{S_x^2}}$.
Luego, imponiendo $\mathbb{P}(|T| < c) = 0.9$, se obtiene que $c = 1.734$.
Y $\sqrt{Var(\hat{Y}} = 2.8928$.
Finalmente el intervalo queda

$$\approx [59.81, 61.28]$$

## (c)

$Y = \gamma + \delta Z + \nu$
Pero, recordemos

$$\begin{aligned} Y &= \alpha + \beta X + \epsilon \\ &= (\alpha + \beta 32) + (\frac{9}{5}\beta Z) + \epsilon \end{aligned}$$

Luego,

$$\hat{\gamma} = \hat{\alpha} + 32\hat{\beta}$$
$$\hat{\delta} = \frac{9}{5}\hat{\beta}$$

# Pauta P6

## (a)

$$H_0 : \mu < 60000$$
$$H_1 : \mu \geq 60000$$

Estadístico: $\bar{X}$.
Región crítica:

$$R = \{\bar{X} - 60000 \geq c\}$$

Se quiere:

$$\mathbb{P}_{H_0}(\bar{X} - 60000 \geq c) = 0.05$$

Se sabe:

$$\frac{(\bar{X} - 60000)\sqrt{n}}{S_{n-1}} \sim t_{n-1=15}$$

Así:

$$c = \frac{1.75 S_{n-1}}{4} = 1212.57$$

Finalmente, como

$$\bar{X}_{obs} - 60000 < 1212.57$$

no se rechaza $H_0$

## (b)

Se tiene

$$\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{15}$$

Luego, imponiendo

$$\mathbb{P}(c < \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{\sigma^2}) = 0.9$$

se obtiene $c = 8.55$. De esta manera, se tiene

$$\mathbb{P}(\sigma < \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{8.55}}) = 0.9$$

y por tabla, se concluye que el intervalo de confianza para $\sigma$ es

$$[0, 3671.05]$$

## (c)

Recordemos

$$Q = \frac{(\mu_{i,j} - n\hat{p_i}.\hat{p_{\cdot j}})}{n\hat{p_i}.\hat{p_{\cdot j}}}$$

Y $Q \sim \chi^2_{3-1}2 - 1$
Se tiene la región crítica es $Q > 5.99$. Pero $Q_{obs} = 3.21$ (calculado con la fórmula anterior. Por lo que **no se rechaza** independencia.