

Auxiliar N°12. Test de Hipótesis

Probabilidades y Estadística - MA3403 - Otoño 2010

Profesor: Fernando Lema

Auxiliares: Abelino Jiménez - Juan Carlos Piña

RESUMEN.

Estadísticos Útiles.

Si X_1, \dots, X_n una muestra aleatoria simple de $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, se tiene:

$$\frac{(\bar{X} - \mu)}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$$

$$\frac{(\bar{X} - \mu)}{S_{n-1}/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

Test de Bondad de Ajuste.

i	M_i	$n \cdot p_i$	$M_i - np_i$	$(M_i - np_i)^2/np_i$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
Total	n	n	0	Q

La hipótesis nula es la aceptación de la distribución de prueba.

Cálculo de p-valor: $\mathbb{P}(\chi_k^2 > Q)$ donde $k = \text{cantidad de estados posible} - \text{parametros a estimar} - 1$

Test de Independencia

Se considera el estadístico

$$Q = \sum_{i,j} \frac{(M_{ij} - n\hat{p}_{i\bullet}\hat{p}_{\bullet j})^2}{n\hat{p}_{i\bullet}\hat{p}_{\bullet j}}$$

La hipótesis nula es la independencia entre variables.

Se tiene que el p-valor está dado por: $\mathbb{P}(\chi_{(p-1)(q-1)}^2 > Q)$

EJERCICIOS.

1.-Se tienen los pesos de diez parejas antes y después de 6 meses de matrimonio:

	antes	72	69	81	71	88	78	68	76	86	95
Hombres	después	77	68,5	85	74,5	90,5	76	71	75	87,5	101
	antes	52	56	61	49	57	63	66	59	67	51
Mujeres	después	54	55	58	50	55	61	64	56	70	50

¿Cuál es la influencia del matrimonio sobre el peso de los hombres y de las mujeres?

2.- El cocinero del excelente casino de la facultad preparó la masa para hacer 500 empanadas. Ese mismo día, en un grupo de 20 alumnos que almorzaron juntos, alguien propuso contar la cantidad de pasas que cada uno encontrase en su empanada, obteniendo la siguiente distribución:

N° de pasas	0	1	2	3	4	5	8
N° de empanadas	1	3	4	5	4	2	1

i) Suponiendo que la distribución de la cantidad de pasas X en una empanada sigue una ley de Poisson, estime el parámetro λ .

ii) Justifique la hipótesis: la distribución de la cantidad de pasas de una empanada sigue una ley de Poisson.

iii) Se decide que las empanadas son aceptables si en promedio cada empanada tiene 3,5 pasas. El cocinero afirma que ésta es la cantidad de pasas por empanadas, mientras que los alumnos, indignados, objetan que las empanadas tienen en promedio una cantidad inferior.

Realice el test $H_0 : \lambda = 3, 5$, vs $H_1 : \lambda < 3, 5$

iv) Calcule la potencia del test en un par de puntos.

3.- Se quiere probar si hay diferencia de ingreso entre hombres y mujeres ingenieros. Se hizo una encuesta a $n = 200$ ingenieros seleccionados al azar e independientemente. Se obtuvo la siguiente información

	Ingresos bajos	Ingresos altos	Total
Hombres	20	100	120
Mujeres	70	10	80
Total	90	110	200

i) Sean p_1 y p_2 las proporciones poblacionales de ingenieros hombres y mujeres; sean p'_1 y p'_2 las proporciones poblacionales de ingenieros con ingresos bajos y altos. Reales los test

$$H_0: p'_1 = p_2$$

$$H_1: p'_1 \neq p_2$$

$$H_0: p_1 = p'_2$$

$$H_1: p_1 \neq p'_2$$

ii) Estudie la independencia entre sexo e ingreso.

4.- El Sr. Reúma padece desde hace tiempo dolores de espalda y no sabe por qué. Ha leído en Internet que el dolor de espalda puede estar relacionado con los días lluviosos. Para eso, en el mes de agosto apuntó qué días le dolía la espalda y que días no le dolía en función del clima local, obteniendo que sintió dolor el 58% de los días de sol y el 60% de los días de lluvia.

	Dolor	No Dolor
Sol	14	10
Lluvia	3	2

Como parecía que en los días de lluvia había una predisposición para el dolor, el Sr. Reúma repitió el experimento el mes de septiembre, teniendo dolor más en los días de lluvia: 54% frente al 53% de los días de sol.

	Dolor	No Dolor
Sol	9	8
Lluvia	7	6

Realice el test de independencia en cada mes. Posteriormente considere los dos meses como una sola muestra y realice nuevamente el test indicado. Concluya.