Control 3 - Probabilidades y Estadística - Otoño 2010

Profesor: Fernando Lema
Auxiliares: Abelino Jiménez
Juan Carlos Piña

Pregunta 1.

Las estaturas de Hombres (H) y Mujeres (M) son $N(170,16)$ y $N(165,9)$ respectivamente (las medidas están realizadas en cms.)

i.- ¿Cual es el recorrido real de H y M ?

Si se selecciona al azar independientemente una mujer y un hombre, calcule la probabilidad que la mujer sea mas alta que el hombre.

ii.- Si se selecciona al azar independientemente 2 hombres y mujeres, calcule la probabilidad que la estatura promedio del grupo sea mayor a 170 cm.

iii.- ¿Cuántos hombres deben seleccionarse si se desea con probabilidad 0.9 obtener al menos uno con estatura mayor a 175 cms.?

-¿Cuántos hombres habría que esperar seleccionar para obtener uno con estatura mayor a 175 cms.?

iv.- Determine la constante c tal que $P(M > c) = P(H < c)$.

v.- Considere ahora que $Y \rightarrow N(\mu, \sigma^2)$.

Se toma una muestra aleatoria de 10 mujeres obteniéndose las siguientes estaturas:

164 162 168 165 169 160 164 171 166 163

- Calcular un intervalo de confianza del 95% para μ ($\sigma^2 = 9$)

- Calcular un intervalo de confianza del 95% para σ^2 .

Pregunta 2.

a) Sea $X \rightarrow U(0, \theta)$ y $X_1, X_2, \dots, X_n$ una m.a.

Se define un estimador de θ por

$$\hat{\theta} = c\bar{x} \quad c \in \mathbb{R}$$

- Determine el c con tal de minimizar el Error Cuadrático Medio.

- ¿Es $\hat{\theta}$ insesgado? ¿Es $\hat{\theta}$ consistente? ¿Cuál es la distribución aproximada de $\hat{\theta}$ para n grande?

b) Una partícula parte del origen de la recta real y a cada segundo da saltos de tamaño 2 con probabilidad $\frac{1}{6}$, de tamaño 1 con probabilidad $\frac{1}{6}$, de tamaño -1 con probabilidad $\frac{1}{3}$ y se queda en el lugar con probabilidad $\frac{1}{3}$.

i.- Calcule la probabilidad de que después de 36 segundos la partícula se encuentre a más de 10 unidades de distancia del origen.

ii.- Hacia donde converge la partícula?

iii.- Determine cuantos segundos deben pasar para que, con probabilidad 0.99, la partícula se encuentre en el lado positivo de la recta.

Pregunta 3.

Sea X v.a. con densidad

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda(x-c)} & \text{si } x > c \\ 0 & \text{si } x < c \end{cases}$$

y $X_1, X_2, \dots, X_n$ una m.a.

a) Encuentre el E.M.V. $\hat{\lambda}$ de λ con c conocido.
Encuentre el E.M.V. $\hat{c}$ de c con λ conocido

b) Muestre que $Y = X - c \rightarrow e(\lambda)$ y usando esto determine $E(\hat{\beta}), Var(\hat{\beta})$ con $\beta = \frac{1}{\lambda}$

c) Suponga n grande y $c = 0$. Construya un intervalo de confianza para β con confianza $1 - \alpha$.

d) Una empresa fabrica equipos cuya duración es una v.a. con densidad exponencial. La empresa afirma que la duración promedio de sus equipos es mayor a 90 hrs. para una muestra de tamaño $n = 100$ se obtiene $\bar{X} = 100$, usando c) determine el intervalo de confianza para la duración promedio con confianza 0.45. ¿Qué se puede concluir?
¿Cuál es el máximo nivel de confianza para el cual usted le encuentra razón a lo afirmado por la empresa?

Tiempo: 3 horas.