

Auxiliar N°5. Funciones de Variables Aleatorias Unidimensionales

Probabilidades y Estadística - MA3403 - Otoño 2010

Profesor: Fernando Lema

Auxiliares: Abelino Jiménez - Juan Carlos Piña

RESUMEN.

Función de Distribución y Función de Densidad

Sea X variable aleatoria continua, entonces se tiene

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} = \frac{d\mathbb{P}(X < x)}{dx}$$

Teorema de Cambio de Variables

Sea X variable aleatoria continua. Sea $\Psi : X(\Omega) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivable e inyectiva. Si $Y = \Psi(X)$, entonces

$$f_Y(y) = \frac{1}{|\Psi'(\Psi^{-1}(y))|} f_X(\Psi^{-1}(y))$$

EJERCICIOS.

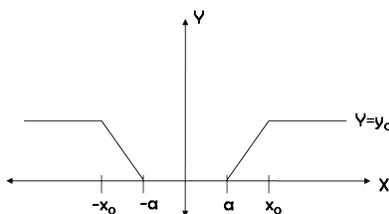
1.- Usted dispara una partícula desde el origen del plano cartesiano en un ángulo α con respecto al eje x . Suponga que $\alpha \sim U(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$. Y representa la posición con respecto al eje y , cuando la partícula cruce la recta de ecuación $x = 1$. Calcule la función de densidad de Y .

2.- Un voltaje aleatorio X está distribuido uniformemente en el intervalo $(-k, k)$. Si X es la energía recibida de un artefacto no lineal, con las características que se indican en la figura, encontrar la distribución de probabilidades de Y en los tres casos siguientes:

a) $k < a$

b) $a < k < x_0$

c) $k > x_0$



3.- Suponga que la cantidad de vehículos que en la Ruta 5 en dirección sur, antes de la entrada por Matta, se estima como una variable aleatoria Poisson de parámetro λ_1 . Por otra parte, los vehículos que ingresan a la carretera por Matta se estima como una Poisson de parámetro λ_2 . ¿Cuál será la distribución de la cantidad de vehículos después de la vía de acceso?

4.- En una determinada población de M_H hombres y M_M de mujeres. Se sabe que el peso de mujeres y hombres tiene una función de densidad $f_M(x)$ y $f_H(x)$ respectivamente. Calcule la función de densidad del Peso de toda la población (sólo hay hombres y mujeres).

5.- Se tiene un disco de radio R . Un dardo es arrojado a este disco de manera uniforme. Siempre el dardo cae dentro del disco. Si (X, Y) representa el punto donde cae el dardo. Si $D = \sqrt{X^2 + Y^2}$, calcule

i) $\mathbb{P}(D^2 \leq \frac{R^2}{4} \mid X \geq \frac{R}{4})$

ii) Determine $f_D(d)$.