

Auxiliar N°4. Variables Aleatorias

Probabilidades y Estadística - MA3403 - Otoño 2010

Profesor: Fernando Lema

Auxiliares: Abelino Jiménez - Juan Carlos Piña

RESUMEN.

Variable Aleatoria X se dice variable aleatoria si $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$.

X se dice discreta si su imagen es un conjunto numerable.

X se dice continua si su imagen es un intervalo de $\mathbb{R}$ (en el sentido amplio)

Función de Distribución

Sea X variable aleatoria. $F : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$ se dice función de distribución de X si

$$F(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$$

Función de Probabilidad

Sea X variable aleatoria discreta, su función de probabilidad asociada es

$$P(k) = \mathbb{P}(X = k)$$

Función de Densidad

Sea X variable aleatoria continua, su función de densidad asociada, f_X , es aquella que

$$\mathbb{P}(X \in A) = \int_A f_X(x) dx$$

EJERCICIOS.

1.- Suponga que un borracho da un paso a la derecha con probabilidad p y un paso a la izquierda con probabilidad $1 - p$. Para modelar su movimiento, supondremos que el borracho se posiciona sobre un número entero, suponiendo que su posición inicial es el cero. Calcule la distribución de probabilidades de la posición después de n saltos.

2.- Sea $X \sim \text{Binomial}(n, p)$. Calcule $\mathbb{P}(X = k)$ cuando $n \rightarrow \infty$, $p \rightarrow 0$ y $np \rightarrow \lambda$.

3.- X es una variable aleatoria que representa el número de partículas emitidas por una fuente radiactiva durante un determinado período de tiempo. Suponga que $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$. Se instala un instrumento para anotar el número de partículas emitidas. Supóngase que hay una probabilidad constante p de que cualquier partícula emitida no sea contada. Se define R como el número de partículas contadas. ¿Cómo se distribuye R ?

4.- X es una variables aleatoria cuya función de densidad está dada por

$$f_X(x) = \frac{1}{2} e^{-|x|}, x \in \mathbb{R}$$

muestre que f_X efectivamente es función de densidad. Además calcule $\mathbb{P}(|X| \leq 2)$, $\mathbb{P}(e^{\sin \pi X} \geq 1)$, $\mathbb{P}(X \text{ sea irracional})$.

5.- Sea $K \sim U(0, 5)$. Calcule la probabilidad que las raíces de $4x^2 + 4Kx + K + 2 = 0$ sean reales.