

UChile	Probabilidades y Estadística	Roberto Cortez
FCFM	MA3403-4	Víctor Riquelme
DIM	Otoño'10	Julio Backhoff

Clase Auxiliar 8

- P1)** Sean $X \sim \text{Normal}(a, \sigma^2)$ e $Y \sim \text{Normal}(b, s^2)$, independientes. Utilizando el método de la convolución muestre que $X + Y$ se distribuye normalmente también, y encuentre sus parámetros.
- P2)** Sea $U \sim \text{unif}(0, 1)$ y X una variable aleatoria tal que $X|U = u \sim \text{exp}(u)$ (por ejemplo esto puede modelar el caso en que el tiempo esperado entre dos sucesos siga una exponencial de media $1/u$, donde u es una realización de una variable uniforme “oculta”). Encuentre la densidad de X .
- P3)** Sea $\rho \in (-1, 1)$. Encuentre explícitamente la forma de un vector normal bivariado (es decir, multivariado en $\mathbb{R}^2$) tal que la correlación entre sus componentes sea ρ y donde cada componente (por separado) es a su vez una normal standard en $\mathbb{R}$.
- P4)** Suponga que el blanco de un juego de dardos se modela como $\mathbb{R}^2$. Usted lanza un dardo a este blanco aleatoriamente, de modo que cae a distancia $\sqrt{X}$ del origen (donde $X \sim \text{exp}(\lambda)$) y con un ángulo $Y \in (-\pi, \pi]$ respecto al eje x (con $Y \sim \text{unif}(-\pi, \pi]$), de modo que X e Y sean independientes. Sean $U = \sqrt{X} \cos(Y)$ y $V = \sqrt{X} \sin(Y)$ (las coordenadas del dardo). Calcule la densidad conjunta de U y V . ¿Qué puede decir sobre estas variables?.
- P5)** Sean X e Y v.a. independientes, ambas distribuidas como una exponencial de parámetro 1. Sean $W = \frac{X}{Y}$ y $Z = XY$:
1. Calcular $\mathbb{P}(W \geq 1, W \geq Z)$
 2. Encontrar la densidad conjunta de W y Z .