UChile	Probabilidades y Estadística	Roberto Cortez
FCFM	MA3403-4	Víctor Riquelme
DIM	Otoño'10	Julio Backhoff

Clase Auxiliar 6

P1)

1. Sea $X \sim Bernoulli(p)$. Calcule su función generadora de momentos.
2. Sean $X_1, \ldots, X_n$ variables aleatorias i.i.d $Bernoulli(p)$. Demuestre usando la parte anterior que $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i \sim Binomial(n, p)$

P2) Sean $X_1, \ldots, X_n$ variables aleatorias independientes, con $X_i \sim Normal(\mu_i, \sigma_i^2)$. Encuentre la distribución de $\sum_{i=1}^{n} a_i X_i$.

P3)

1. Sean X e Y variables aleatorias con la misma distribución y de varianza finita. Prueve que $Cov(X + Y, X - Y) = 0$.
2. Sean X, Y, Z v.a. independientes todas con varianza igual a 1. Pruebe que $\rho(X + Y, Y + Z) = \frac{1}{2}$.
3. Sean X, Y, ϵ v.a., donde $\epsilon \sim Normal(0, 1)$ es independiente de X e Y. Sea $Z = aX + \epsilon$, con $a \in \mathbb{R}$. Asuma conocidas las varianzas de X e Y (respectivamente, σ_X^2 e σ_Y^2), así como su covarianza (expresada como $\rho\sigma_X\sigma_Y$). Calcular el valor de a que minimiza la varianza de $Z - Y$.

P4) Sea (X, Y) un vector aleatorio, con densidad conjunta

$$f_{X,Y}(a, b) = \begin{cases} \lambda^2 e^{-\lambda(a+b)} & \text{si } a, b \geq 0 \\ 0 & \sim \end{cases}$$

1. Verificar que $f_{X,Y}$ es función de densidad. ¿Qué tipo de variables aleatorias continuas son X e Y?. ¿Son independientes?.
2. Para $\alpha > 0$, calcular $\mathbb{P}(Y \geq \alpha X)$.
3. Determinar la densidad de $\frac{X}{X+Y}$.

P5) Sean X e Y v.a. con densidad conjunta $f_{X,Y}(x, y) = \frac{\sqrt{3}}{4\pi} e^{-\frac{\left(x^2+y^2+xy\right)}{2}}$.

1. Pruebe que X e Y NO son independientes.
2. ¿Cuál es la distribución de $X + Y$?