Clase Auxiliar n$^\circ$ 13: Probabilidades y estadística

Profesor: Servet Martínez
Auxiliares: Gonzalo Contador - Gonzalo Mena

2 de julio del 2010

P1. Método de los momentos

Una manera de construir un estimador del momento de orden n, $\mu_n = \mathbb{E}(X^n)$ consiste en considerar $\overline{\mu}_n = m_r$ donde $m_r = \dfrac{\sum_{i=1}^n x_i^r}{n}$

a) Si $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ encuentre $\overline{\mu}$, y demuestre que es insesgado y consistente. Encuentre $\overline{\sigma}^2$ y demuestre que este último estimador es asintóticamente insesgado.

b) Si $X \sim$ Uniforme$([0, \theta])$ calcule $\overline{\theta}$. ¿Qué inconveniente presenta este estimador?

P2. Estimador de máxima verosimilitud

Encuentre el estimador de máxima verosimilitud en los siguientes casos:

a) $X \sim$ Bernoulli(θ). Muestre que es insesgado, consistente y suficiente

b) $X \sim$ Uniforme$([0, \theta])$

c) $X \sim$ Uniforme$([\theta, \theta + 1])$

d) $X \sim$ Lognormal(μ, σ) (se debe estimar μ). Demuestre que es convergente en media cuadrática, insesgado y consistente.

Nota:$X \sim$ Lognormal(μ, σ) ssi $f_X(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} e^{\frac{-1}{2\sigma^2}(\log x - \mu)^2}$ ssi $X = e^Y$ con $Y \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$