

# Clase Auxiliar N°2: Probabilidades y estadística

Profesor: Servet Martínez  
Auxiliares: Gonzalo Contador - Gonzalo Mena

14 de abril del 2010

## P1. Control 1 2006-2, Servet Martínez

- a) Sea  $\Omega = \mathbb{Z}$  y  $\mathcal{C} = \{A \subseteq \Omega : |A| < \infty \vee |A^c| < \infty\}$   
Demuestre que  $\mathcal{C}$  es álgebra y que  $\sigma(\mathcal{C}) = \mathcal{P}(\mathbb{Z})$
- b) Sea ahora  $\Omega = \mathbb{R}$  y  $\mathcal{D} = \{A \subseteq \Omega : A \text{ es numerable} \vee A^c \text{ es numerable}\}$   
Demuestre que  $\mathcal{D}$  es sigma álgebra, y que  $\mathcal{D} \subset \mathcal{B}(\mathbb{R})$  ( la inclusion es estricta)

## P2. a) La paradoja del cumpleaños

Calcule la probabilidad de que en un grupo de  $N$  personas, haya al menos 2 que estén de cumpleaños el mismo día, y de que al menos una de ella esté de cumpleaños el mismo día que usted.

- b) Un conocido motel de la capital, llamado "Donde Conti" tiene  $N$  habitaciones que se encuentran en el segundo piso. Un día cualquiera asisten  $N$  parejas a pasar un buen rato, las damas suben a sus respectivas habitaciones mientras que los hombres se quedan en el primer piso, conversando y tomando uno que otro trago. Luego de un tiempo considerable los hombres suben al primer piso, pero como están tan borrachos no saben qué pieza le corresponde a cada uno, por lo que eligen aleatoriamente una de manera que cada varón termine "pasando la noche" con exactamente una mujer. Calcule la probabilidad de que cada hombre pase la noche con su verdadera pareja. Si ahora los hombres eligen su pieza de manera totalmente independiente, calcule la probabilidad de que al menos una mujer no lo pase bien esa noche.

## P3. Control 1 2006, Fernando Lema

En una determinada región, 7 radioemisoras transmiten entre las 21:00 y las 22:00 de jueves a domingo( cada una un programa distinto). 5 de ellas transmiten un programa de noticias los jueves, 4 de ellas los viernes, 3 de ellas los sábados y 2 de ellas los domingo. Usted escucha radio:

- a) ¿Cuántas secuencias de programas de noticias puede escuchar de jueves a domingo?
- b) ¿Cuántas secuencias de programas, con al menos 2 de noticias puede oír?
- c) Usted dispone de cinta y tiempo para grabar en 2 de los 4 días, 3 programas simultáneamente. ¿Cuántas configuraciones puede grabar?
- d) Si la elección de radios es al azar, calcule:
  - 1) La probabilidad de escuchar cada día una radio distinta
  - 2) La probabilidad de escuchar todos los días la misma radio

## P4. Control 1 2006, Fernando Lema

En una elección participan los candidatos A y B, y hay  $N$  votantes, quienes deciden su voto lanzando una moneda  $p$  cargada de manera independiente. Sabiendo que  $n$  de ellos votaron por A y  $m$  votaron por B ( $n+m=N$ ) calcule la probabilidad de que el último voto haya sido para A.