PAUTA P3 C1

a)

a1) Utilizamos el hint, y este nos dice que $P(\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n) \leq \sum_{n=0}^{\infty} P(A_n) = \sum_{n=0}^{\infty} 0 = 0$. Además, como la probabilidad es siempre positiva, se concluye que $P(\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n) = 0$. *(1.5 ptos)*

a2) Calcularemos la probabilidad del complemento, notando que $\forall n \in \mathbb{N}$, $\mathbb{P}(A_n^c) = 0$. Luego, $\mathbb{P}[(\bigcap_{n\in\mathbb{N}} A_n)^c]= \mathbb{P}(\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n^c) = 0$ (por la parte *a1))*. Pero $\mathbb{P}[(\bigcap_{n\in\mathbb{N}} A_n)]=1 - \mathbb{P}[(\bigcap_{n\in\mathbb{N}} A_n)^c]= 1$. *(1.5 ptos)*.

b)

Notemos que $\sigma(\mathcal{I}_2)$ es una sigma álgebra, y que además $\mathcal{I}_1 \subseteq \mathcal{I}_2 \subseteq \sigma(\mathcal{I}_2)$. Es decir, $\sigma(\mathcal{I}_2)$ es una sigma álgebra que contiene a $\mathcal{I}_1$, y como $\sigma(\mathcal{I}_1)$ es la menor σ-álgebra que contiene a $\mathcal{I}_1$, entonces se concluye que $\sigma(\mathcal{I}_1) \subseteq \sigma(\mathcal{I}_2)$. (*3 ptos)*.