PAUTA P1 C1

a)

Tenemos que siempre $\mathbb{P}(A\cup B)=\mathbb{P}(A)+\mathbb{P}(B)-\mathbb{P}(A\cap B)$. Luego, despejando, tendremos que $\mathbb{P}(A)+\mathbb{P}(B)-1=\mathbb{P}(A\cup B)+\mathbb{P}(A\cap B)-1$. Pero por ser $\mathbb{P}$ una probabilidad, siempre será $\leq$1, luego podemos concluir que $\mathbb{P}(A\cup B)+\mathbb{P}(A\cap B)-1\leq\mathbb{P}(A\cap B)$. *(2 ptos). (Ojo: Puede haber más maneras de probar el resultado).*

b)

Tenemos que $\sum_{i=1}^{N}\mathbb{P}(A_i)-(N-1)$= $[(\mathbb{P}(A_1)-1)+....+(\mathbb{P}(A_N)-1)]+1=-\mathbb{P}(A_1^c)-...-\mathbb{P}(A_N^c)+1\leq-\mathbb{P}(\bigcup_{i=1}^{N}(A_i^c))$+1 (pues la probabilidad de la unión de un número finito o infinito numerable de eventos siempre es menor o igual que la suma de la probabilidad de cada evento) $=-\mathbb{P}[(\bigcap_{i=1}^{N}A_i)^c]+1=\mathbb{P}(\bigcap_{i=1}^{N}A_i)$ *(2 ptos).*

c) Usando la parte *b)*, tendremos que $\mathbb{P}(\bigcap_{i=1}^{N}A_i)\geq\sum_{i=1}^{N}\mathbb{P}(A_i)-(N-1)\geq[\sum_{i=1}^{N}(1-\frac{\alpha}{N})]-(N-1)$ $=N(1-\frac{\alpha}{N})-(N-1)$$=1-\alpha$. *(2 ptos).*