MA3403 - Probabilidades y Estadistica.
Profesor: Raul Gouet. **Auxiliares:** Franco Basso, Cristian Prado.

Auxiliar 9

11 de Junio 2010

P1. Sea $(X_i)_{i=1}^{\infty}$ sucesión iid de variables aleatorias tal que $E(X_1) = 0$, $Var(X_1) = 2$. Consideremos la variable $Z_n = \sum_{j=1}^{2n} (-1)^j X_j$. Usando el Teorema Central del Limite encuentre una aproximación de $P(Z_n > \sqrt{n})$.

P2. Sean $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ sucesión de variables aletorias iid. Suponga que $E(X_i) = 0$ y $E(X_i^2) < \infty$. Sea $Y_i = \frac{X_i + X_{i+1}}{2}$. Demuestre que $\frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n} Y_i \to 0$ *cs*.

P3. Sean $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ sucesión de variables aletorias iid tal que $E(X_1) = \mu$ y $Var(X_1) = \sigma^2$ ambos parámetros conocidos. Defina la media empírica como $\overline{X_n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ y la varianza empírica como $\sigma_n^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X_n})^2$

1) Calcule $E(\overline{X_n})$ y $Var(\overline{X_n})$.
2) Muestre que $\sigma_n^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i^2 - \overline{X_n}^2)$.
3) Calcule $E(\sigma_n^2)$.