

**MA3403 - Probabilidades y Estadística.****Profesor:** Raul Gouet. **Auxiliares:** Franco Basso, Cristian Prado.

## Auxiliar 5

7 de Mayo 2010

- P1.** Sea  $X_1, X_2, \dots, X_n$  variables aleatorias independientes tal que  $X_i \sim \exp(\lambda_i) \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$ . Sea  $W = \min_{i \in \{1, 2, \dots, n\}} X_i$ . Calcule la función de densidad de  $W$ .
- P2.** Se ponen a funcionar en un mismo momento (que tomamos como tiempo 0) dos lamparitas de dos marcas distintas,  $A$  y  $B$ , que se dejan prendidas hasta que se rompan. Llamemos  $X$  al tiempo de duración de la lamparita  $A$  e  $Y$  al tiempo de duración de la lamparita  $B$ . Admitamos que  $X$  e  $Y$  son independientes, que  $X$  sigue una distribución exponencial de parametro  $\lambda_1 > 0$  y que  $Y$  sigue una distribución exponencial de parametro  $\lambda_2 > 0$ . Llamemos  $S$  al tiempo en que ocurre la primera rotura de alguna de las dos lamparitas y  $T$  al tiempo en que se rompe la restante lamparita.
- (a) Calcular las funciones de distribución de  $S$  y  $T$
  - (b) Calcule  $E(S)$  y  $E(T)$ .
  - (c) Calcular  $E(ST)$ . Son  $S$  y  $T$  independientes? Justique la respuesta.
  - (d) Calcular  $P(S = T)$ .
- P3.** Un estudiante de derecho deber rendir un examen oral donde diserta sobre un tema entre 3 posibles. El estudiante sabe cuáles son los temas sobre los que sería interrogado pero ignora cual de ellos le tocaría. Esto lo decide el profesor, extrayendo al azar una ficha de una caja con 3 fichas numeradas de 1 a 3; el número de la ficha seleccionada indica el tema. El estudiante por su parte se prepara para la ocasión estudiando una cantidad aleatoria de temas (entre los tres posibles) y para ello lanza 3 veces independientemente una moneda con probabilidad de cara  $\mu \in (0, 1)$ . Si el lanzamiento  $i$  sale cara entonces estudia el tema  $i$ , de lo contrario, no lo estudia. Suponga, además, que el estudiante aprueba el examen si y solo si estudió el tema de su disertación. Si el estudiante reprueba entonces tiene una nueva oportunidad de presentarse al exámen en las mismas condiciones pero en el segundo examen los 3 temas son distintos de los anteriores y debe estudiar nuevamente, aplicando la estrategia descrita. Este proceso se repite indefinidamente, de manera independiente (siempre cambiando los temas) hasta que el estudiante aprueba. Sea  $N$  la va definida como el número de intentos hasta aprobar (incluyendo el intento exitoso). Encuentre la distribución de  $N$  en función de  $\mu$ .