

UChile	Probabilidades	Joaquín Fontbona
FCFM	MA3401-1	Hector Olivero
DIM	Otoño'10	Víctor Riquelme

Clase Auxiliar 15

Problema 1 Considere una cadena de Markov con conjunto de estados $E = \{1, 2\}$ y matriz de transición P dada por $p_{12} = \alpha$, $p_{21} = \beta$. Calcule la probabilidad de pasar de 1 a 1 en n pasos

Problema 2 (Ruina del jugador) Ud entra a un casino a jugar con una riqueza inicial de $\$i$ y juega apostando $\$1$ por turno. En cada turno puede ganar $\$1$ sobre el dolar apostado (con probabilidad $p \in (0, 1)$) y puede perder el dolar apostado con probabilidad $q = 1 - p$. Suponga que los recursos del casino son infinitos (pero los suyos no). ¿Cual es la probabilidad de que Ud quiebre? Modele el problema como una cadena de Markov.

Problema 3 Sea $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ cadena de Markov con conjunto de estados E numerable y matriz de transicion P . Sean $F \subseteq E$ un subconjunto de estados y τ el tiempo de llegada a F . Para $z \in [-1, \infty)$ definimos

$$\psi(i) = \mathbb{E}_i(z^\tau \mathbb{1}_{\tau < \infty})$$

Probar que ψ satisface $\psi(i) = zP\psi(i) \mathbb{1}_{F^c}(i) + \mathbb{1}_F(i)$

Problema 4 Sea $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ cadena de Markov sobre $E = \{0, \dots, n\}$, con matriz de transicion P dada por

$$p_{ij} = p \mathbb{1}_{\{j=i+1\}} + q \mathbb{1}_{\{j=0\}}$$

donde n es estado absorbente. Clasifique los estados de la cadena. Sea τ el tiempo de llegada a n . ¿Cuanto vale $\mathbb{E}_i(\tau)$?