

# MA2601-6 Enunciado Clase Auxiliar

Prof. Patricio Felmer  
Prof. Aux.: Darío Valdebenito

14 de junio de 2010

## Problema 1

(a) Resuelva la ecuación

$$y(x) = e^x \left[ 1 + \int_0^x e^{-t} y(t) dt \right]$$

(b) Encuentre  $f$  tal que  $\mathcal{L}(f)[s] = \log\left(1 + \frac{1}{s}\right)$

(c) Demuestre que

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$$

## Problema 2

Sea  $W$  una matriz real, de  $3 \times 3$ , antisimétrica (esto es,  $W^T = -W$ ). Sea  $x$  solución de  $x' = Wx$ , y sea  $\|\cdot\|$  la norma euclidiana en  $\mathbb{R}^3$ .

(a) Pruebe que  $\|x(t)\|$  no depende de  $t$ .

(b) Demuestre que si  $v \in \text{Ker}(W)$ , entonces  $\langle x(t), v \rangle$  no depende de  $t$ .

(c) Pruebe que todos los valores de  $x(t)$  se sitúan en una circunferencia en  $\mathbb{R}^3$ .

## Problema 3

Sea  $x$  solución no trivial de  $x' = Ax$ , donde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 1 \\ -4 & 4 & 11 \\ -3 & -9 & 8 \end{bmatrix}$$

y sea  $\|\cdot\|$  la norma euclidiana. Pruebe que  $\|x(t)\|$  es creciente en  $t$ .