

MA2601-6 Enunciado Clase Auxiliar

Prof. Patricio Felmer
Prof. Aux.: Darío Valdebenito

4 de junio de 2010

Problema 1

Determine la solución general del sistema

$$x' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix} x$$

Problema 2

Usando transformada de Laplace, resuelva el sistema

$$x'' = \begin{bmatrix} -10 & 4 \\ 4 & -4 \end{bmatrix} x, \quad x(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x'(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Problema 3

Considere el sistema lineal a coeficientes constantes $x' = Ax$, donde la matriz A es antisimétrica; esto es, $A^t = -A$. Sean $x_0, x_1 \in \mathbb{R}^N$ y denotemos $\varphi(t), \psi(t)$ las soluciones de la ecuación tales que $\varphi(0) = x_0, \psi(0) = x_1$. Pruebe que si $\langle x_0, x_1 \rangle = 0$, entonces

$$\forall t \in \mathbb{R} \quad \langle \varphi(t), \psi(t) \rangle = 0$$

Indicación: *Recuerde que si x, y son diferenciables, entonces*

$$\frac{d}{dt} \langle x(t), y(t) \rangle = \langle x'(t), y(t) \rangle + \langle x(t), y'(t) \rangle$$

Problema 4

Considere el sistema de coeficientes variables

$$x' = A(t)x \quad (2)$$

donde $A(t)$ es periódica de periodo π ; esto es, $\forall t \in \mathbb{R}, A(t + \pi) = A(t)$. Sea $X(t)$ la matriz fundamental del sistema, y supongamos que $X(0) = I_{N \times N}$ (la matriz identidad).

(a) Demuestre que

$$X(t + \pi) = X(t)X(\pi) \quad \forall t \in \mathbb{R}$$

(b) Suponga que la matriz $X(\pi)$ tiene a $\lambda = 1$ como valor propio. Muestre que en tal caso el sistema posee una solución x periódica de periodo π .