MA2601-6 Enunciado Clase Auxiliar

Prof. Patricio Felmer
Prof. Aux.: Darío Valdebenito

23 de abril de 2010

Problema 1

Para $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ resuelva

$$y'' + y = \tan(x), \qquad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

Problema 2

Nuestro propósito es resolver la *ecuación de Cauchy-Euler* de orden 2 dada por

$$x^2 y'' + axy' + by = 0 \tag{1}$$

Para ello, seguiremos el siguiente esquema:

(a) Para hacer el cambio de variable $x = e^t$, demuestre que

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d^2y}{dt^2}\left(\frac{dt}{dx}\right)^2 + \frac{d^2t}{dx^2}\frac{dy}{dt} \tag{2}$$

(b) Concluya a partir de (2) que la ecuación (1) se puede escribir como

$$y'' + (a-1)y' + by = 0 \tag{3}$$

donde $y' = \frac{dy}{dt}$.

(c) Resuelva (3) y obtenga las soluciones de (1)

Problema 3

Considere la ecuación diferencial

$$y'' + \alpha(x)y = 0 \tag{4}$$

donde $\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es continua y $T-$periódica para cierto $T > 0$; esto es, $\alpha(x+T) = \alpha(x)$.

(a) Sea $\phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una solución de (4). Pruebe que

$$\phi \text{ es } T\text{−periódica} \iff \phi(0) = \phi(T) \wedge \phi'(0) = \phi'(T)$$

(b) Sean ϕ_1, ϕ_2 soluciones de (4) tales que

$$\phi_1(0) = 1,\ \phi_1'(0) = 0,\ \phi_2(0) = 0,\ \phi_2'(0) = 1$$

Verifique que $W(\phi_1, \phi_2) \equiv 1$.

(c) Pruebe que (4) admite una solución no trivial $T-$periódica si, y sólo si $\phi_1(T) + \phi_2'(T) = 2$.