MA2601-5 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias
Profesor: Michal Kowalczyk. **Auxiliar:** Felipe Maldonado.

Auxiliar 10

18 de junio de 2010

P1 Considere la siguiente ecuación:

$$(1-x^2)y'' - xy' + \alpha^2 y = 0, \quad -1 < x < 1. \tag{1}$$

i) Utilice el método de serie de potencias y determine dos soluciones linealmente independientes de esta ecuación, para $-1 < x < 1$.

ii) Demuestre que si α es un entero $n \geq 0$ entonces una de estas soluciones es un polinomio de grado n.

iii) Encuentre este polinomio para $\alpha = 0, 1, 2$.

P2 i) Resuelva la ecuación integral

$$Y(t) = \sin t + \int_0^t Y(s)\cos(t-s)ds.$$

ii) Resuelva la ecuación

$$y'' + 4y = \delta(t-1), \qquad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

iii) Considere el sistema de ecuaciones de primer orden

$$X' = JX,$$

donde J es una matriz de $n \times n$, anti-simétrica, esto es J satisface $J^T = -J$. Demuestre que si $\Phi(t)$ es una matriz fundamental del sistema entonces

$$\Phi(t)^T J \Phi(t) = \Phi(0)^T J \Phi(0),$$

para todo $t \in R$.

P3 i) La matriz:

$$\Phi(t) = \begin{pmatrix} t & 3(t+1) \\ t^2 & 2(t-1)^2 \end{pmatrix} \tag{2}$$

es una matriz fundamental de un sistema lineal $X' = A(t)X$. Encuentre la matriz $A(t)$.

ii) Encuentre una matriz fundamental del sistema:

$$x' = \frac{2}{t}x - \frac{1}{t}y$$
$$y' = \frac{1}{t}x + \frac{1}{t}y$$

reduciendolo a una ecuación de tipo Euler para $t > 0$.