MA2601-5- Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.
Profesor: Michal Kowalczyk **Auxiliar:** Felipe Maldonado C.

Auxiliar 3

23 de Abril de 2010

P1. Sean $p, q : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funciones continuas y considere la EDO lineal

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0, \quad x \in \mathbb{R} \tag{1}$$

Sean y_1, y_2 dos soluciones l.i de (1).

(a) Demuestre que si r_1, r_2, con $r_1 < r_2$, son **dos ceros consecutivos** de y_1, entonces existe un único punto $c \in (r_1, r_2)$ donde y_2 se anula.
Hint Usar que r_1, r_2 son ceros de y_1, y ver que sucede con su signo en el intervalo (r_1, r_2). Usar además propiedades que relacionen la condición l.i con el Wronskiano de y_1, y_2.

(b) Sea $n \in \mathbb{N}$. Demuestre que un polinomio h de grado n y la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como $f(x) = \cos x$, no pueden ser simultáneamente soluciones l.i de una EDO del tipo (1).

P2. Sea $\lambda > 0$ un real. Considere la siguiente ecuación diferencial:

$$(x^2y')' = \lambda x^2 y, \quad x > 0 \tag{2}$$

(a) Demuestre que la sustitución $u = xy$ transforma (2) en la siguiente ecuación lineal de segundo orden:

$$u'' - \lambda u = 0, \quad x > 0 \tag{3}$$

(b) Encuentre la solución general de (3) y determine una solución de (2) que satisfaga las siguientes condiciones:

$$\lim_{x \to +\infty} y(x) \in \mathbb{R}, \qquad y'(1) = \sqrt{\lambda} + 1$$

P3. Resolver las siguientes ecuaciones:

(a) $y'' - 10y' + 25y = 0$

(b) $y'' + 6y' + 5y = 0, \;\; y(0) = 0, \;\; y'(0) = 3$

(c) $y'' + 3y' + 2y = 4x^2$