

MA2601-5- Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.**Profesor:** Michal Kowalczyk **Auxiliar:** Felipe Maldonado C.

Auxiliar 2 (Solución del Control 1)

16 de Abril de 2010

- P1.** (a) Encuentre la solución del problema de Cauchy

$$y' = \frac{ty}{1+t^2}, \quad y(0) = y_0.$$

Luego determine el comportamiento de las trayectorias cuando $t \rightarrow \infty$.

- (b) Demuestre que la ecuación

$$y' = \frac{xy}{x^2 - y^2},$$

es homogénea y determine su solución general.

- P2.** (a) Resuelva la ecuación de Bernoulli

$$y' - y = e^x y^2.$$

- (b) Demuestre que la ecuación

$$y'' = (y')^2 P(y) + (y')^{n+1} Q(y), \quad n = 0, 1, \dots,$$

donde P, Q son funciones continuas en $\mathbb{R}$, se reduce a una ecuación lineal o una ecuación de Bernoulli, dependiendo del valor de n , para $v(y) = y'$. Luego encuentre una fórmula cerrada para la solución general.

- P3.** La propagación de un tipo de comportamiento en una población grande (por ejemplo compra de un tipo específico de auto o ropa) depende de las circunstancias externas (como el precio o la calidad), por un lado, y por otro lado de nuestra tendencia de imitación del comportamiento de otros. Si $y(t)$ es la proporción de la población que tiene un tipo de comportamiento dado, la tasa del cambio de $y(t)$ se puede expresar como un EDO:

$$y' = (1 - y)[s(t) + Iy],$$

donde $s(t)$ es la función que corresponde al estímulo externo y I es una constante llamada el coeficiente de imitación.

- (a) Verifique que la ecuación es una ecuación de Riccati y que $y = 1$ es una solución de esta ecuación.
- (b) Utilice el cambio de variables $y(t) = \frac{1}{z(t)} + 1$ y encuentre una fórmula para la solución general de la ecuación.
- (c) Encuentre la solución general de la ecuación suponiendo $s(t) = at$, donde $a > 0$ es una constante. Deje su respuesta en la forma de una integral.