MA2601-5- Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.
Profesor: Michal Kowalczyk **Auxiliar:** Felipe Maldonado C.

Auxiliar Extra1

12 de Abril de 2010

P1. a) Considere la ecuación diferencial:

$$xy' + \frac{1-x^2}{1+x^2}y = \frac{4\sqrt{x}\,\mathrm{arc\,tg}(x)}{\sqrt{1+x^2}}y^{\frac{1}{2}} \tag{1}$$

donde $y > 0\ \forall x > 0$

a.1) Demostrar que la sustitución $u = yx$ transforma la ecuación (1) en la ecuación de Bernoulli:

$$u' - \frac{2x}{1+x^2}u = \frac{4\,\mathrm{arc\,tg}(x)}{\sqrt{1+x^2}}u^{\frac{1}{2}} \tag{2}$$

a.2) Calcular la solución general de (2).

a.3) Usar la parte anterior y la sustitución indicada anteriormente para determinar la solución general de (1).

b) Considere la ecuación diferencial:

$$y^2(x^2+y^3)y' - x = 0 \tag{3}$$

y utilice la sustitución $z = x^2 + y^3$ para resolverla.

P2. Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales:

a) $(y')^2 = yy''$

b) (P1-a C1 2007)
$y' = y(1-y) + a, \quad a > 0$

P3. a) Considere la ecuación diferencial:

$$y' = xy^2 + (1-2x)y + (x-1) \tag{4}$$

y encuentre una solución particular y_p de ella.

b) Pruebe que haciendo el cambio de variable $y = y_p + \frac{1}{z}$ la ecuación resultante es de primer orden, y resuélvala.

c) Resuélvala ahora para la variable y

P4. Si sabemos que $x(t) = t$ es solución del problema

$$x' = (x-t)^{\frac{2}{3}} + 1, \qquad x(1) = 1. \tag{5}$$

Encuentre otra solución e indique porque puede ocurrir esto.

P5. (Propuesto) Considere la ecuación:

$$y' = \sin t(1+e^y). \tag{6}$$

Demuestre que toda solución $y(t)$ definida en $\mathbb{R}$ es par, es decir, $y(t) = y(-t) \quad \forall t \in \mathbb{R}$