Control 1 MA 26A, 2007, M. Kowalczyk

1.

(a) Dado $a > 0$ encuentre la solución general de la ecuación:

$$y' = y(1-y) + a.$$

(b) Considere la ecuación:

$$y' = f(y,t), \quad \text{donde } f(y,t) = \begin{cases} y-4, & \text{si } t < 5, \\ 2-y, & \text{si } t \geq 5. \end{cases}$$

Encuentre una solución tal que $y(0) = 4$.

(c) Determine el valor de k para que la ecuación diferencial

$$(xy^2 + kx^2y^4)\,dx + (x^3y^3 + x^2y + x)\,dy = 0,$$

sea exacta.

2.

(a) Verifique que una solución de la ecuación

$$(1-x^2)xy'' + 2y' + 2xy = 0,$$

es $y_1(x) = \frac{1}{x}$.

(b) Encuentre la solución general de la ecuación en parte (b) usando el método de reducción de orden.

(c) Encuentre una solución particular de la ecuación

$$y'' + 2y = \sin(x).$$

3.

(a) Encuentre la solución general de la ecuación

$$y'' + y = x\ln(x).$$

(b) Encuentre el valor de a tal que existe una solución del problema

$$\begin{aligned} y'' &= 1 - ax, \\ y'(0) &= 0, \\ y'(1) &= 0. \end{aligned}$$

(c) Suponiendo que en (b) existe solución, determinar si es única.