

Auxiliar N°8: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Profesor: Felipe Macías
Auxiliares: Nicolás Hernández, Orlando Rivera

4 de Junio de 2010

Problema 1. Sea f una función de orden exponencial y de periodo T . Demuestre que:

$$\mathcal{L}(f(t))(s) = \frac{\int_0^T f(t)e^{-st} dt}{1 - e^{-Ts}}$$

Problema 2. Considere el sistema $\dot{x} = Ax$ con A matriz antisimétrica (es decir $A^t = -A$). Demuestre que si x e y son soluciones del sistema y son ortogonales en un punto t_0 , entonces son ortogonales en todo t .

Problema 3. Considere el sistema $\dot{x} = Ax$ y $W(t)$ la matriz fundamental asociada con $W(0) = I$. Demuestre que $\forall t, s \quad W(t+s) = W(t) \cdot W(s)$

Problema 4. Sean $x_1, \dots, x_n$ el conjunto de soluciones de $\dot{x} = Ax$. Pruebe que si en un punto t_0 se tiene que $x_1(t_0), \dots, x_n(t_0)$ es un conjunto l.d entonces $\forall t$ se tiene que $x_1(t), \dots, x_n(t)$ es un conjunto l.d.

Problema 5. Encontrar el conjunto fundamental de:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x + 3y & x &= Ae^{mt} \\ \dot{y} &= 3x + y & y &= Be^{mt} \end{aligned}$$

Problema 6. Considere la función $h(t) = \frac{\sin(kt)}{k}$. Encuentre una expresión sencilla para $h * h(t)$ calculando su transformada de Laplace y usando unicidad de la antitransformada.