Auxiliar 5: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Profesor de Cátedra: A. Felipe Macias Araya
Profesores Auxiliares: Orlando Rivera Letelier y Nicolás Hernández
Viernes 07 de Mayo de 2010

P1. Resuelva la siguiente EDO, para $x > 0$:

$$x^3 y''' + x^2 y'' - 2xy' + 2y = x^3 \sin(x)$$

P2. Usar el principio de superposición para hallar la solución general de las siguientes ecuaciones:

a) $y'' + 4y = 4\cos(2x) + 6\cos(x) + 8x^2 - 4x$,

b) $y'' + 9y = 2\sin(3x) + 4\sin(x) + 26e^{-2x} + 27x^3$.

P3. Encuentre la solución general de la siguiente ecuación (para encontrar una solución particular use el método de coeficientes indeterminados):

$$y''' - 2y'' + y = x^4 + 2x + 5$$

P4. Considere la carga en un circuito eléctrico dada por la solución de la ecuación

$$q'' + \frac{R}{L}q' + \frac{1}{LC}q = E\cos(\omega t) \qquad \text{para } t > 0,$$

donde R, L y C son constantes (resistencia, inductancia y capacitancia del circuito). El término $E\cos(\omega t)$ respresenta una fuente de corriente alterna de frecuencia ω variable y amplitud E.

a) Si $E = 0$ y $\frac{1}{LC} > \left(\frac{R}{2L}\right)^2$, demuestre que la solución es una oscilación amortiguada de frecuencia $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$. Esta frecuencia es llamada *frecuencia natural* del circuito.

b) Si $E = 1$ y $\frac{1}{LC} > \left(\frac{R}{2L}\right)^2$, demuestre que una solución particular de la carga en el circuito es de la forma $q(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$, donde

$$\sqrt{A^2 + B^2} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{R}{L}\omega\right)^2}} = I(\omega)$$

c) Calcule $\omega_0^2 - \omega_R^2$. ¿Por qué se habla de resonancia cuando $\frac{R}{L}$ es pequeño y la frecuencia de la fuente de corriencite ω está cerca de la frecuencia natural ω_0?