

AUXILIAR 13: CÁLCULO EN VARIAS VARIABLES

PROFESOR: JUAN DÁVILA

AUXILIARES: BENJAMÍN PALACIOS - MAURO ESCOBAR

5 DE JULIO DE 2010

P1. Considere

$$I = \int_0^1 \int_0^y (x^2 + y^2) dx dy + \int_1^2 \int_0^{2-y} (x^2 + y^2) dx dy.$$

- (i) Calcule I directamente.
- (ii) Dibuje la región de integración.
- (iii) Calcule I invirtiendo el orden de integración.

P2. Calcule la integral

$$\int_0^1 \int_0^1 \int_{x^2}^1 12xz e^{zy^2} dy dx dz$$

P3. (i) Calcule la suma superior e inferior de la función

$$f(x, y) = x \operatorname{sen} y$$

en el dominio $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \pi\}$. Puede ser útil utilizar la siguiente identidad:

$$\operatorname{sen} x + \operatorname{sen} 2x + \cdots + \operatorname{sen} nx = \sum_{j=1}^n \operatorname{sen} jx = \operatorname{sen} \left(\frac{n+1}{2} x \right) \frac{\operatorname{sen}(nx/2)}{\operatorname{sen}(x/2)}.$$

(ii) Calcule la suma superior e inferior de la función

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$$

en el dominio $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$. Se recomienda utilizar una partición en coordenadas polares.

P4. Considere la función

$$f(x, y) = -e^{-x^2} + y^2.$$

Encuentre los puntos en que f alcanza su valor mínimo sobre la región $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$.