

## Integrales Triples

1.  $\int_0^1 \int_0^z \int_0^y xyz dx dy dz = \frac{1}{48}$
2.  $\int_0^\pi \int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-z^2}} z \sin y dx dz dy = \frac{16}{3}$
3.  $\iint_E z dV$ , donde  $E$  está acotada por los planos  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ ,  $y + z = 1$ , y  $x + z = 1$ . Sol.  $\frac{1}{12}$ .
4.  $\iint_E x dV$ , donde  $E$  está acotada por el paraboloido  $x = 4y^2 + 4z^2$  y el plano  $x = 4$ . Sol.  $\frac{16\pi}{3}$ .

Utilice coordenadas cilíndricas.

1. Calcule  $\iint_E y dV$ , donde  $E$  es el sólido que está entre los cilindros  $x^2 + y^2 = 1$  y  $x^2 + y^2 = 4$ , encima del plano  $xy$  y debajo del plano  $z = x + 2$ . Sol. 0.
2. Evalúe  $\iint_E x^2 dV$ , donde  $E$  es el sólido que está entre el cilindro  $x^2 + y^2 = 1$ , encima del plano  $z = 0$  y debajo del cono  $z = 4x^2 + 4y^2$ . Sol.  $\frac{2\pi}{5}$ .

Utilice coordenadas esféricas.

1. Calcule  $\iint_E y^2 dV$ , donde  $E$  es la parte de la bola unitaria  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$  que está en el primer octante.
2. Encuentre  $\iint_E x e^{(x^2+y^2+z^2)^2} dV$ , donde  $E$  es el sólido que está entre las esferas  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  y  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  en el primer octante. Sol.  $\frac{1}{16} (e^{16} - e) \pi$ .

Determine las integrales en las coordenadas adecuadas.

3.  $\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_{x^2+y^2}^{2-x^2-y^2} (x^2 + y^2)^{3/2} dz dy dx = \frac{8\pi}{35}$ .
4.  $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} \int_{x^2+y^2}^{\sqrt{x^2+y^2}} xyz dz dx dy = \frac{1}{96}$ .
5.  $\int_{-3}^3 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} \int_0^{\sqrt{9-x^2-y^2}} z \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dz dy dx = \frac{243\pi}{5}$ .
6.  $\int_0^3 \int_0^{\sqrt{9-y^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{18-x^2-y^2}} (x^2 + y^2 + z^2) dz dx dy = \frac{1944}{5} (\sqrt{2} - 1) \pi$ .