MA2001-2 Cálculo en Varias Variables. Semestre 2010-1
Profesor: Marcelo Leseigneur **Auxiliar:** Víctor Verdugo

Auxiliar 14

Martes 22 de Junio de 2010

P1. Calcule el valor de las siguientes integrales dobles:

a) $\displaystyle\int_{-1}^{1}\int_{-2|x|}^{|x|} e^{x+y}dydx$

b) $\displaystyle\int_{-3}^{0}\int_{0}^{y^2} (x^2+y)dxdy$

c) $\displaystyle\int_{1}^{2}\int_{-1}^{1}\int_{0}^{1} (2x+3y+z)dxdydz$

d) $\displaystyle\int_{0}^{1}\int_{0}^{2x}\int_{x^2+y^2}^{x+y} dzdydx$

P2. Calcule el valor de las siguientes integrales sobre las regiones descritas, y dibuje dichas regiones:

a) $\displaystyle\int\int_D (xy)^2 dxdy$ con $D = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : y>0, xy<1, (x-y)(x-2y)<0\}$.

b) $\displaystyle\int\int_S (2\sqrt{x}-3y^2)dxdy$ con $S = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : 0\le x\le 1, x^2\le y\le \sqrt[4]{x}\}$.

P3. Calcule:

a) $\displaystyle\int_{0}^{a}\int_{0}^{\sqrt{a^2-x^2}} \sqrt{a^2-y^2}dydx$

b) $\displaystyle\int_{1}^{2}\int_{0}^{\ln x} (x-1)\sqrt{1+e^{2y}}dydx$

P4. Evalúe las siguientes integrales y dibuje al región señalada:

a) $\displaystyle\int\int_D e^{x-y}dxdy$, donde D es el interior del triángulo de vértices $(0,0)$, $(1,3)$ y $(2,2)$.

b) $\displaystyle\int\int_D y^3(x^2+y^2)^{-\frac{3}{2}}dxdy$, donde D es la región determinada por $\frac{1}{2}\le y\le 1$ y $x^2+y^2\le 1$.

P5. Pruebe que:

$$2\int_a^b\int_x^b f(x)f(y)\ dydx = \left[\int_a^b f(x)\ dx\right]^2$$

P6. Sea $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$. Pruebe que:

$$\int_S dV = \frac{4\pi}{3}$$

P7. Sea W la región determinada por los planos $z = 0$, $z = \pi$, $y = 0$, $y = 1$, y $x + y = 1$. Calcule:

$$\int_W x^2 \cos z \; dV$$