MA2001-2 Cálculo en Varias Variables. Semestre 2010-1
Profesor: Marcelo Leseigneur **Auxiliar:** Víctor Verdugo

Tarea 3

Fecha de entrega: Viernes 25 de Junio, en cátedra.

P1. Calcule el valor de las siguientes integrales:

a) $\displaystyle\int_0^3 \int_1^{\sqrt{4-y}} (x+y)dxdy$

b) $\displaystyle\int_1^e \int_{\ln y}^1 (x+y)dxdy$

c) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\cos x} y \operatorname{sen} x \; dydx$

d) $\displaystyle\int_{-1}^1 \int_{-2|x|}^{|x|} e^{x+y} dydx$

e) $\displaystyle\int_{-1}^0 \int_0^{2\sqrt{1-x^2}} x \; dydx$

f) $\displaystyle\int_{-3}^0 \int_0^{y^2} (x^2+y)dxdy$

g) $\displaystyle\int_0^4 \int_{\frac{y}{2}}^2 e^{x^2} dxdy$

h) $\displaystyle\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 x^2 \; dxdydz$

i) $\displaystyle\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 e^{-xy} dxdydz$

j) $\displaystyle\int_1^2 \int_{-1}^1 \int_0^1 (2x+3y+z)dxdydz$

k) $\displaystyle\int_0^1 \int_0^{2x} \int_{x^2+y^2}^{x+y} dzdydx$

P2. Calcule el valor de las siguientes integrales sobre las regiones descritas, y dibuje dichas regiones:

a) $\displaystyle\int\int_R (x \operatorname{sen} y - ye^x)dxdy$ con $R = [-1,1] \times [0, \frac{\pi}{2}]$.

b) $\displaystyle\int\int_R \sqrt{|y-x|}dxdy$ con $R = [0,1] \times [0,2]$.

c) $\displaystyle\int\int_D (xy)^2 dxdy$ con $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0, xy < 1, (x-y)(x-2y) < 0\}$.

d) $\displaystyle\int\int_R |y| \cos \frac{\pi x}{4} \; dxdy$ con $R = [0,2] \times [-1,0]$.

e) $\displaystyle\int\int_S (2\sqrt{x} - 3y^2)dxdy$ con $S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq \sqrt[4]{x}\}$.

P3. Pruebe que

$$\int_0^x \int_0^t F(u)dudt = \int_0^x (x-u)F(u)du$$

P4. Pruebe que:

$$4e^5 \leq \int_R e^{x^2+y^2} dxdy \leq 4e^{25}$$

donde $R = [1,3] \times [2,4]$

P5. Pruebe que:

$$4\pi \leq \int_R (x^2+y^2+1)dxdy \leq 20\pi$$

donde $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \leq 4\}$

P6. Evalúe la integral $\int\int\int_S xyz\ dxdydz$, donde S es la región determinada por $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$ y $x^2+y^2+z^2 \leq 1$.

P7. Sea B la región determinada por $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$ y $0 \leq z \leq xy$. Calcule:

a) $\displaystyle\int\int\int_B x\ dxdydz$

b) $\displaystyle\int\int\int_B y\ dxdydz$

c) $\displaystyle\int\int\int_B z\ dxdydz$

d) $\displaystyle\int\int\int_B xy\ dxdydz$

e) $\displaystyle\int\int\int_B dxdydz$