

MA2001-2 Cálculo en Varias Variables. Semestre 2010-1
Profesor: Marcelo Leseigneur **Auxiliar:** Víctor Verdugo

Auxiliar 14

Martes 15 de Junio de 2010

P1. Sea $f : [0, 1] \times [0, 1] \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \notin \mathbb{Q} \\ 0 & \text{si } x \in \mathbb{Q}, y \notin \mathbb{Q} \\ \frac{1}{q} & \text{si } x \in \mathbb{Q}, y = \frac{p}{q} \in \mathbb{Q} \text{ irreducible} \end{cases}$$

Pruebe que f es integrable y calcule el valor de la integral.

P2. Sea $A = [0, 1] \times [0, 1]$, y $f : A \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) = e^{x+y}$.

a) Pruebe que para todo $\epsilon > 0$, existe una partición P de A tal que

$$S(f, P) - s(f, p) < \epsilon$$

donde $S(f, \cdot)$ y $s(f, \cdot)$ son las sumas superior e inferior respectivamente.

b) Concluya que f es integrable y calcule $\int_A f$.

P3. Sea $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$ continua y denotemos $B_\epsilon = \bar{B}(\bar{x}, \epsilon)$. Pruebe que:

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{V(B_\epsilon)} \int_{B_\epsilon} f(x) dV = f(\bar{x})$$

donde $V(B_\epsilon)$ es el volumen de B_ϵ .