MA2001-2 Cálculo en Varias Variables. Semestre 2010-1
Profesor: Marcelo Leseigneur **Auxiliar:** Víctor Verdugo

Auxiliar 10

Martes 25 de Mayo de 2010

P1. *a)* Sea $f(x,y) = xye^{x^2+2y^2}$. Encuentre un polinomio en dos variables $T(x,y)$ tal que satisfaga

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{f(x,y)-T(x,y)}{x^4+y^4} = 0$$

b) Sea $f(x,y) = x^3 - xy + \cos(\pi(x+y))$. Encuentre el polinomio de Taylor de segundo orden, en torno al punto $(1,1)$.

c) Sea $f(x,y) = x^5\cos(x+y)$. Encuentre el polinomio $p(x,y)$ de grado 9 que mejor aproxima a la función $f(x,y)$ en un entorno de $(0,0)$.

P2. Encuentre las funciones $f : \mathbb{R}_{>0} \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ de clase $\mathcal{C}^1$ tal que

$$x\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) - y\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = k \cdot f(x,y)$$

con $k \in \mathbb{R}$.

P3. Considere la función $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} x^2 \operatorname{arc\,tg}\left(\dfrac{y}{x}\right) - y^2 \operatorname{arc\,tg}\left(\dfrac{x}{y}\right) & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) Calcule $f(x,0)$ y $f(0,y)$ para $x \neq 0$, $y \neq 0$.

b) Para $(x,y) \neq (0,0)$ determine $\nabla f(x,y)$ y $H_f(x,y)$. ¿Es $H_f(x,y)$ una matriz simétrica?

c) ¿Se cumple que $\dfrac{\partial f}{\partial x \partial y}(0,0) = \dfrac{\partial f}{\partial y \partial x}(0,0)$? Justifique.

d) Encuentre el polinomio de Taylor de orden 2 en torno a $(0,0)$.