

MA2001-2 Cálculo en Varias Variables. Semestre 2010-1**Profesor:** Marcelo Leseigneur **Auxiliar:** Víctor Verdugo**Taller 1**

Martes 4 de Mayo de 2010

P1. Sean E y F dos espacios vectoriales normados.

- a) Considere $\Phi : \mathcal{L}(E, F) \times E \longrightarrow F$ definida por $\Phi(T, x) = T(x)$. Muestre que Φ es continua.
- b) Sea $A : E \times E \longrightarrow \mathbb{R}$ bilineal, es decir para todo $x, y \in E$ las funciones $A(\cdot, y)$ y $A(x, \cdot)$ son lineales. Demuestre que A es continua si y solo si existe $c > 0$ tal que para todo $x, y \in E$ se tiene

$$|A(x, y)| \leq c\|x\|\|y\|$$

P2. Sea $E = \mathcal{C}^1([0, 1], \mathbb{R})$ el espacio de las funciones reales continuas definidas en $[0, 1]$, continuamente diferenciables en $(0, 1)$ y con derivada por un lado en los extremos del intervalo $[0, 1]$. Se define la norma

$$\|f\| = \|f\|_\infty + \|f'\|_\infty$$

- a) Pruebe que $\|\cdot\|$ es una norma, y que $(E, \|\cdot\|)$ es un espacio de Banach.
- b) Sea $T : \mathcal{C}^1([0, 1], \mathbb{R}) \longrightarrow \mathcal{C}([0, 1], \mathbb{R})$ tal que $T(f) = f'$. Pruebe que

$$T : (\mathcal{C}^1([0, 1], \mathbb{R}), \|\cdot\|) \longrightarrow (\mathcal{C}([0, 1], \mathbb{R}), \|\cdot\|_\infty)$$

es continua, y que

$$T : (\mathcal{C}^1([0, 1], \mathbb{R}), \|\cdot\|_\infty) \longrightarrow (\mathcal{C}([0, 1], \mathbb{R}), \|\cdot\|_\infty)$$

no es continua.