

MA2001-2 Cálculo en Varias Variables. Semestre 2010-1  
 Profesor: Marcelo Leseigneur Auxiliar: Víctor Verdugo

### Auxiliar 8

Lunes 3 de Mayo de 2010

**P1.** Sea  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  una función diferenciable, tal que sus derivadas parciales satisfacen que  $\left| \frac{\partial f}{\partial x_i}(x) \right| \leq K$ ,  $\forall i \in \{1, \dots, n\}$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}^n$ . Pruebe que  $|f(x) - f(y)| \leq \sqrt{n}K \|x - y\|_2$ ,  $\forall x, y \in \mathbb{R}^n$ .

**P2.** Sea  $f : U \times [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  continua con  $U \subset \mathbb{R}^2$  abierto, tal que existen las derivadas parciales y son continuas. Sean  $g : U \rightarrow [a, b]$  y  $h : U \rightarrow [a, b]$ , ambas de clase  $\mathcal{C}^1(U)$ . Se definen

$$\varphi(x) = \int_a^{g(x)} f(x, t) dt \quad \psi(x) = \int_{g(x)}^{h(x)} f(x, t) dt$$

a) Calcule  $\frac{\partial \varphi}{\partial x_i}(x)$ , para todo  $i \in \{1, \dots, n\}$ .

b) Calcule  $\frac{\partial \psi}{\partial x_i}(x)$ , para todo  $i \in \{1, \dots, n\}$ .

b) Calcule  $\phi'(\alpha)$  para  $\alpha \neq 0$ , donde  $\phi(\alpha) = \int_\alpha^{\alpha^2} \frac{\text{sen}(\alpha x)}{x} dx$ .

**P3.** a) Sean  $f, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  funciones de clase  $\mathcal{C}^2(\mathbb{R})$ . Se define

$$z(x, y) = xf(x + y) + yg(x + y)$$

Determine el valor de

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

b) Sea  $z : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  una función de clase  $\mathcal{C}^1(\mathbb{R})$  y considere la expresión

$$E = x \frac{\partial z}{\partial y} - y \frac{\partial z}{\partial x}$$

Se realiza el cambio de variables dado por

$$x = u \cos v \quad y = u \sin v$$

Encuentre  $E$  en función de  $u$  y  $v$ .