

AUXILIAR EXTRA: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA

PROFESORA: MARÍA LEONOR VARAS

AUXILIARES: ROBERTO CASTILLO - JAVIERA URRUTIA

1 DE ABRIL DE 2010

- P1.** (i) Sean p, q, r proposiciones. Probar usando tablas de verdad, y luego mediante un método alternativo, que la siguiente proposición es una tautología.

$$[(r \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \bar{q})] \Rightarrow (\bar{r} \vee \bar{p})$$

- (ii) Sean p, q, r, s, t, u proposiciones. Suponga que se sabe que una de las siguientes proposiciones es verdadera.

$$\begin{aligned} I &\Leftrightarrow p \wedge q \wedge \bar{r} \wedge s \wedge \bar{t} \wedge u \\ II &\Leftrightarrow \bar{p} \wedge q \wedge r \wedge \bar{s} \wedge \bar{t} \wedge u \end{aligned}$$

¿Cuál o cuales de las siguientes proposiciones puede asegurar que es verdadera?

¿Cuál o cuales puede asegurar que es falsa?

¿En cuál o cuales no puede garantizar su veracidad o falsedad?

- (a) $(q \wedge s) \Leftrightarrow (p \vee t)$
- (b) $(q \wedge t) \vee (\bar{r} \wedge \bar{u})$
- (c) $\overline{(p \Rightarrow t)} \Rightarrow (r \wedge t)$

- (iii) Demuestre que si $(\exists x)P(x) \Rightarrow (\forall x)P(x)$, entonces $P(x)$ es siempre verdadera o siempre falsa.

- P2.** (i) Sean p, q, r, s proposiciones. Pruebe, sin usar tablas de verdad, que

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (\bar{s} \Rightarrow \bar{r})] \Rightarrow [\bar{p} \vee \bar{r} \vee (q \wedge s)]$$

es una tautología.

- (ii) Considere las proposiciones siguientes:

$$\begin{aligned} p &: (\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})(x \leq y) \\ q &: (\forall y \in \mathbb{R})(\exists x \in \mathbb{R})(x \leq y) \end{aligned}$$

Indique el valor de verdad de cada una de ellas justificando su respuesta. Finalmente escriba sus negaciones.

- P3.** (i) Determine el valor de verdad de las proposiciones p, q, r y s si se sabe que la siguiente proposición es verdadera:

$$[s \Rightarrow (\bar{r} \vee r)] \Rightarrow [\overline{(p \Rightarrow q)} \wedge s \wedge \bar{r}]$$

- (ii) Demuestre, sin usar tablas de verdad, que la siguiente proposición es una tautología:

$$[(p \Rightarrow \bar{q}) \wedge (\bar{r} \vee q) \wedge r] \Rightarrow \bar{p}$$

- (iii) Considere la proposición:

$$p \Leftrightarrow [(\exists x_0 \in \mathbb{R})(\exists \epsilon > 0)(\forall x \in (x_0 - \epsilon, x_0 + \epsilon))] f(x_0) \leq f(x)$$

para las funciones $f(x) = x$ y $f(x) = x^2$, decida si p es verdadera o falsa. Justifique.