Auxiliar 3: Cálculo Diferencial e Integral

Profesor de Cátedra: Martín Matamala V.
Profesores Auxiliares: Orlando Rivera Letelier y Javier Fuentes
Miércoles 14 de Abril de 2010

P1. Sean $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que cumplen lo siguiente:

- a) $g(x) = xf(x) + 1$
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$
- c) $g(a + b) = g(a)g(b)$

Demuestre que $g'(x) = g(x)$.

P2. Sea $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dos veces derivable con $g(x) \neq 0$ en todo $\mathbb{R}$ y $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \cos(kg(x))$. Muestre que

$$f'' - f' \frac{g''}{g'} + (kg')^2 f = 0$$

P3. Determine el mayor volumen de un cilindro de radio r y altura h , donde $P = (h, r)$ recorre la recta $L : ay + bx = ab, a, b > 0$ y $a + b = 1$. Analizar para qué valor(es) de a este mayor volumen se maximiza.

P4. Considere las funciones

- $f(x) = \sqrt{\frac{2+x^3}{2+x}}, x > 0$
- $g(x) = x^3 - 3x^2 + ax + b$
- $h(x) = -4c \arctan(x) - c \sin(cx) + d$

Encuentre los valores de las constantes a, b, c y d , sabiendo que f y g tienen la misma recta tangente en $x = 1$ y, además, que las rectas tangentes a f y h son perpendiculares en $x = 0$.