

Auxiliar 2: Cálculo Diferencial e Integral

Profesor de Cátedra: Martin Matamala V.
Profesores Auxiliares: Orlando Rivera Letelier y Javier Fuentes G.
Miércoles 07 de Abril de 2010

P1. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua y $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una sucesión (no necesariamente convergente) de modo que $(\forall n \in \mathbb{N}) a_n \in [a, b]$ y tal que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = \ell.$$

Demuestre que para algún $\bar{x} \in [a, b]$ se tiene que $f(\bar{x}) = \ell$.

P2. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua tal que $(\forall x \in \mathbb{R}) f(x) \geq |x|$.

- Sea $I = [-f(0), f(0)]$. Demuestre que $(\forall x \in \mathbb{R} \setminus I) f(x) > f(0)$
- Demuestre que f posee un mínimo global en \mathbb{R} .

P3. a) Sea f una función derivable en x_0 . Calcule en función de $f'(x_0)$, α y β el valor de

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \alpha h) - f(x_0 + \beta h)}{h}.$$

b) Calcule el siguiente límite

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^x$$

P4. Considere la función $f : (-1, 1) \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \frac{\ln(1-x)}{\ln(1+x)}$$

- Calcule $\lim f(x)$ cuando $x \rightarrow -1^+$ y $x \rightarrow 1^-$.
- Pruebe que el valor $f(0) = -1$ repara la continuidad de f en $x = 0$.
- Calcule f' para $x \neq 0$.
- Calcule por definición $f'(0)$.