

Definición

Cotas de conjuntos

Definición: Para $A \subseteq \mathbb{R}$.

- $M \in \mathbb{R}$ es **cota superior** de A si: $\forall x \in \mathbb{R}, x \in A \Rightarrow x \leq M$.
- $m \in \mathbb{R}$ es **cota inferior** de A si: $\forall x \in \mathbb{R}, x \in A \Rightarrow m \leq x$.

Definición: Para $A \subseteq \mathbb{R}$.

- A es **acotado superiormente** si admite una cota superior.
- A es **acotado inferiormente** si admite una cota inferior.
- A es acotado si es **acotado** superior e inferiormente.

Notación:

- $cs(A)$ conjunto de las cotas superiores de A .
- $ci(A)$ conjunto de las cotas inferiores de A .

Ejercicio: Determinar el acotamiento de los intervalos $[a, b)$, (a, b) , $(-\infty, b)$, $(a, b]$, (a, ∞) , $[a, b]$, $(-\infty, b]$, $[a, \infty)$, $(-\infty, \infty)$ y de $\emptyset$.

Definición

Máximos y Mínimos de conjuntos

Definición: Para $A \subseteq \mathbb{R}$.

- $M \in A$ es **máximo** de A si: $\forall x \in \mathbb{R}, x \in A \Rightarrow x \leq M$.
- $m \in A$ es **mínimo** de A si: $\forall x \in \mathbb{R}, x \in A \Rightarrow m \leq x$.

Ejercicio: Demuestre que cada conjunto tiene a lo más un máximo y a lo más un mínimo.

Notación:

- $\max(A)$.
- $\min(A)$.

Ejercicio: Determinar máximos y mínimos de los intervalos.

Definición

Máximos y Mínimos de conjuntos

Problema

Para $a < b$, demuestre que los intervalos $[a, b)$, (a, b) y $(-\infty, b)$ NO tienen máximo y que los intervalos (a, b) , $(a, b]$ y (a, ∞) NO tienen mínimo.

Propiedad

Cuando $\max(A)$ existe entonces $\min(cs(A)) = \max(A)$.

Definición

Máximos y Mínimos de conjuntos

Definición: Para $A \subseteq \mathbb{R}$.

- $s \in \mathbb{R}$ es **supremo** de A si $s = \min(cs(A))$.
- $i \in \mathbb{R}$ es **ínfimo** de A si $i = \max(ci(A))$.

Notación:

- $\sup(A) = \min(cs(A))$.
- $\inf(A) = \max(ci(A))$.

Ejercicio: Determinar supremo e ínfimo de los intervalos.