
AUXILIAR NÚMERO 12

sbh

Problema 1

Demostrar usando la definición que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$.

Problema 2

Usar las definiciones de límite de funciones cuando $x \rightarrow +\infty$ para probar que:

Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ entonces se cumple que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)} = 0$.

De un contraejemplo donde se vea que el recíproco de lo anterior no es cierto en general.

Bonus

Demuestre que si una función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ satisface la propiedad

$$\exists L > 0, \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, \quad |f(x_1) - f(x_2)| \leq L|x_1 - x_2|$$

entonces, para todo $x_0 \in \mathbb{R}$ se cumple que

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0).$$

Problema 3

Calcular los siguiente límites de funciones:

I) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{|x| - 2}$

II) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$

III) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 5}{\sqrt{3x^2 + 4}}$

Problema 4

1) Calcule las asíntotas horizontales de $f(x) = (\sqrt{x^2 + 1} + 3x + 1)(e^{1/x} - 1)$.

2) Determinar las asíntotas horizontales y oblicuas de

$$g(x) = \frac{xe^x}{e^x - x}$$