Auxiliar Extra Control 4
MA1001 2010
sbh

P2C2 2000.

Probar, usando la definición de convergencia, que la sucesión $x_k = \left(\frac{\pi k}{\sqrt{1+k^2}}\right)^2$ converge a π^2

P3 C2 2006

i) Probar, usando la definición de convergencia que la sucesión $S_n = \dfrac{n}{n+2}$ converge a 1.

ii) Encontrar un valor numérico a partir del cuál $1-10^8 < S_n < 1 + 10^8$

iii) Si a_n converge al real l, demuestre por definición que la sucesión $b_n = a_{2n}$ también converge al mismo real.

iv) Sea u_n una sucesión creciente, demostrar que $\sum_{k=1}^{n} u_n \leq n u_{n+1}$

v) Demostrar que la sucesión $w_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} u_n$ es creciente.

Problema 3:

Sea $u_n = sen(\alpha) + sen(2\alpha) + \ldots + sen(n\alpha)$

Demostrar que $u_n sen\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) - sen\left(n\alpha + \frac{\alpha}{2}\right)\right)$

Problema 4:

Demuestre que en todo triángulo de lados a, b, c y ángulo respectivos se cumple que:

$$b\cos(\gamma) - c\cos(\beta) = \frac{b^2 - c^2}{a}$$

P2 C2 2001

En un triángulo ABC, se tiene la igualdad $\dfrac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = \dfrac{\operatorname{sen}(\alpha+\beta)}{\operatorname{sen}(\alpha-\beta)}$

Demostrar que el triángulo es rectángulo.

Problema 6:

Expresar sen(x) y cos(x) en función de tan(x/2)

Problema 7:

Demostrar que $\dfrac{bn+1}{cn+1} \to \dfrac{b}{c}$ con $c \neq 0$.

Problema 8:

Una sucesión a_n es de Cauchy si y sólo si

$$\forall \varepsilon > 0\ \exists n_0 \in IN\ \forall n, m \geq 0\ |a_n - a_m| < \varepsilon$$

Pruebe que toda sucesión convergente es de Cauchy.

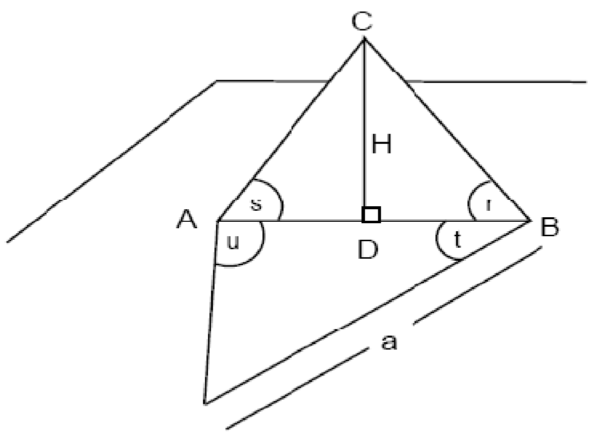
Problema 9:

Sean $A, B \subset \mathbb{R}$ dos intervalos . Una función $f : A \to \mathbb{R}$ es convexa en A si y solo si $\forall x, y \in A, \forall \lambda \in [0,1], f(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y)$.

1. Pruebe que la función $d(x) = |x|$ es convexa.
2. Pruebe que si $\forall z \in B, \exists z_1, z_2 \in B$ tales que $\forall \lambda \in [0,1], z = \lambda z_1 + (1-\lambda)z_2$, entonces $d(x, B) = \text{ínf}\{|x - z| : z \in B\}$ es convexa.

Problema 10:

Calcular H sabiendo r, s, t, u y a.



(Triángulo perpendicular al plano)