
Auxiliar Cálculo

Control 3

sbh

Problema 1

Para la asignación $f(x) = \sin \frac{\pi x}{\sqrt{\pi^2 - x^2}}$

- 1) Determinar dominio
- 2) Paridad.
- 3) Acotamiento
- 4) Ceros
- 5) Bosquejar grafico.

Problema 2

Analice completamente la función $f(x) = |\cos x - 1|$

Indicar:

- 1) Dominio
- 2) Ceros
- 3) Signo
- 4) Paridad
- 5) Crecimiento
- 6) Acotamiento
- 7) Periodicidad
- 8) Grafico

Problema 3

Resolver

$$\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} = 1 + \sin 2x$$

Problema 4

(a) El paralelogramo $ABCD$ de la figura tiene perímetro $2p$ y su diagonal AD mide d con ángulo opuesto α ($0 < \alpha < \pi$ y $p > d$).

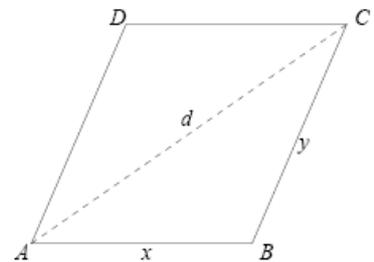
(i) (0.5pto) Si x e y son las longitudes de los trazos AB y BD , establezca que la superficie S del paralelogramo está dada por $S = xy \sin(\alpha)$.

(ii) (1.5pto) Demuestre que $S = \frac{p^2 - d^2}{2} \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$.

Observación: si usa una identidad trigonométrica no evidente, demuéstrela.

(iii) (1pto) Suponiendo que $x = y$, calcule S en función de p y d solamente.

(b) Resuelva en \mathbb{R} las ecuaciones trigonométricas $\sqrt{2} \cos(x) = a$ para $a \in \mathbb{Z}$ (2pto). Usando lo anterior, encuentre el gráfico de la función $f(x) = [\sqrt{2} \cos(x)]$ (parte entera de $\sqrt{2} \cos(x)$) (1pto).



Problema 5

- i) Encuentre el conjunto solución de la ecuación

$$\cos(x) = \frac{2\tan(x)}{1 + \tan^2(x)}$$

- ii) Expresar $\operatorname{sen}(x)$ y $\cos(x)$ en función de $\tan(\frac{x}{2})$

Problema 6

(P2, C2 2001)

- a) Considere una pirámide regular (caras laterales iguales) de vértice V y que tiene por base un cuadrado ABCD. Las caras laterales son triángulos isósceles congruentes de ángulo basal θ . El ángulo entre una cara lateral y la base es ϕ . Se pide calcular $\cos(\phi)$ en función de θ
Hint: Determine OM y VM en términos de AM y θ , donde M es el punto medio del segmento AB y O es el centro de la circunferencia inscrita en el cuadrado ABCD.
- b) En un triángulo ABC, con ángulos interiores α, β, γ respectivamente, se tiene la igualdad

$$\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} = \frac{\operatorname{sen}(\alpha + \beta)}{\operatorname{sen}(\alpha - \beta)}$$

Demuestre que el triángulo es rectángulo.

Problema 7

(P2, C2 2006)

- a) Estudiar la función definida por

$$f(x) = |1 - 2\cos(x + \pi)| - 1$$

indicando dominio, recorrido, ceros, paridad, periodicidad y gráfico.

- b) Dos lados de un triángulo que miden $a = \sqrt{2}$ y $b = 1$ forman entre ellos un ángulo x . El ángulo opuesto al lado 'a' se llama ϕ
- Encuentre $\tan(\phi)$ en términos de x .
 - Determine el valor de $x \in (0, \pi)$ de modo que $\tan(\phi) = 1$.