INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

Curso: IN56A-1
Semestre: Otoño 2010
Profesores: José Miguel Cruz
Gonzalo Maturana
Ercos Valdivieso

Control 2

Tiempo: 90 Minutos

Problema 1

a) Sea $w_m = w_{\text{min-var}}$ el vector de pesos de un conjunto de activos riesgosos correspondiente al punto de mínima varianza. Sea w_τ el vector de pesos de cualquier otro portafolio en la frontera eficiente para este conjunto de activos. Defina además r_m y r_τ los retornos correspondientes para cada uno de estos portafolios, respectivamente.

   i. Si existe una fórmula de la forma

$$\sigma_{m\tau} = \boldsymbol{A}\sigma_m^2$$

   donde $\sigma_{m\tau} = cov(r_m, r_\tau)$ y $\sigma_m^2 = var(r_m)$. Determine $\boldsymbol{A}$.

   ii. Para el portafolio w_τ, existe un portafolio w_z en el set de mínima varianza (no necesariamente la frontera eficiente) que tiene un beta nulo con respecto a w_τ: esto es, . Si este portafolio puede expresarse como $w_z = (1-\alpha)w_m + \alpha w_\tau$. Se le pide que determine el valor de α.

b) Considere un proyecto de excavación petrolera. El precio de la acción en este proyecto es de U$800, y se espera que el precio luego de un año alcance U$1000 por acción. Sin embargo, debido a la alta incertidumbre acerca de cuanto petróleo existe realmente en el sitio de la excavación, la desviación estándar del precio de la acción se estima en $\sigma = 0.4$. Por otro lado, actualmente la tasa libre de riesgo (anual) es de $r_f = 0.1$ y el premio por riesgo corresponde a un 7% anual. Además la desviación estándar de la cartera de mercado ha sido de 0.12 históricamente y el beta de las acciones del proyecto de excavación petrolera es de 0.6. ¿Cuál debiera ser el valor hoy de las acciones basado los resultados del modelo CAPM? ¿Recomendaría comprar estas acciones basado en este modelo?

c) Considere que la cartera de mercado renta un 14%, y que su volatilidad es del 20%. La tasa libre de riesgo es de un 5.5%.

   i. Parametrice la Línea de Mercado de Capitales de esta economía.
   ii. ¿Qué rentabilidad exigiría a una inversión que presenta una volatilidad del 25%?
   iii. Con los datos que posee ¿Cómo replicaría la inversión anterior?

Pregunta 2

Suponga que en una economía de N activos riesgosos, Ud. ha estimado que la frontera de mínima varianza se puede expresar de acuerdo a la siguiente relación:

$$\sigma^2 = aR^2 + bR + c$$

Donde σ representa la volatilidad del retorno de una cartera, y R representa el valor esperado del retorno de una cartera, *a,b* y *c* son parámetros por determinar.

a) Encuentre una expresión para el retorno esperado de la cartera de mínimo riesgo, y para la volatilidad de dicha cartera.
b) Encuentre una expresión para el **precio por unidad riesgo** (es decir cuánto retorno está dispuesto el mercado a intercambiar por una unidad de riesgo) a lo largo de la frontera de minima varianza.
c) Suponga ahora que la tasa libre de riesgo de esta economía es de 2%, y la cartera de mercado que se observa es tal que R_M=10% y σ_M = 20%. Suponga además que ud. ha determinado que la única manera de obtener un retorno esperado igual a cero con mínimo riesgo es con una cartera de volatilidad 30%. Determine el retorno esperado y la volatilidad de la cartera de mínimo riesgo, R_{min} y σ_{min}. (si no tiene tiempo puede dejar expresado sus resultados. Valores numéricos correctos tienen un plus)
d) Encuentre una expresión (o un buen argumento) para caracterizar a todas las carteras que tienen beta igual a 1 en esta economía.

Pregunta 3

A) Como consecuencia de un aumento en las expectativas de crecimiento de la economía, las tasas de interés han comenzado a subir. No obstante, no se han apreciado cambios en el retorno esperado del portafolio de mercado, ni en su volatilidad. A partir de dicha información conteste las siguientes preguntas y justifique su respuesta.

   I. Muestre gráficamente este efecto en la línea de mercado.
   II. Cómo cambia el retorno esperado de un activo particular i, cuyo β se ha mantenido constante y mayor que 1. Comente económicamente.

B) El día 6 de este mes fuimos testigos de lo que en el sistema financiero se conoce como “fat finger”. El problema al parecer ocurrió en una transacción de venta de futuros del S&P e hizo caer a la bolsa americana a un -10% durante 15 minutos. Los rumores indicaban que un trader de un importante banco había vendido 16 billones en vez de 16 millones del futuro en cuestión. Casi a un mes del acontecimiento, el mercado se cuestiona de si esta reacción desafía las teorías de eficiencia, existiendo argumentos a favor y otros en contra.

   En el contexto de las tres teorías de eficiencia abarcadas en el curso, entregue argumentos con base financiera y económica, que permitan validar y cuestionar cada una de las tres teorías a la luz de los acontecimientos.

PAUTA

Problema 1

a)

i. Sea un portafolio w_α conformado por α unidades de w_τ y $(1-\alpha)$ unidades de w_m. Luego para cualquier α se debe cumplir que:

$$\sigma_\alpha^2 = (1-\alpha)^2\sigma_m^2 + 2\alpha(1-\alpha)\sigma_{\tau m} + \alpha^2\sigma_\tau^2$$

En particular se deberá cumplir para el punto de la frontera donde α=0: En este punto se tendrá una derivada nula:

$$0 = \left(\frac{d\sigma_\alpha^2}{d\alpha}\right)_{\alpha=0}$$

Es decir, $0 = 2(\alpha_{\tau m} - \sigma_m^2)$. Por tanto, $A = 1$.

ii. Basta con resolver

$$0 = cov(r_z, r_\tau) = Cov((1-\alpha)r_m + \alpha\, r_\tau,\ r_\tau) = (1-\alpha)\alpha_{\tau m} + \alpha\sigma_\tau^2$$

$$\rightarrow \alpha = \frac{\alpha_{\tau m}}{\alpha_{\tau m} - \sigma_\tau^2}$$

b) Teóricamente el riesgo del proyecto debido a la volatilidad del precio del petróleo debiera estar internalizado en el beta de la acción, por lo tanto sólo basta aplicar los resultados del modelo CAPM, luego:

$$P_t = \frac{E(P_{t+1})}{1 + (r_f + \beta_r(r_m - r_f))} = \frac{1000}{1.1 + .6 \cdot (.17 - .1)} = \$875,66$$

Por lo tanto, según este modelo, la acción está subvaluada, por lo que conviene comprar a ese precio.

c) i. $LMC\text{:}\ \ r_i = \frac{r_m - r_f}{\sigma_m} \cdot \sigma + r_f$ $\qquad$ $LMC\text{:}\ \ r_i = \frac{(14\% - 5.5\%)}{20\%} \cdot \sigma + 5.5\%$

ii.

$$r_i = \frac{(14\% - 5.5\%)}{20\%} \cdot 25\% + 5.5\% = 16,125\%$$

iii.

$$E(r_i) = w_m \cdot 14\% + (1 - w_m) \cdot 5.5\% = 16,125\%$$
$$w_m = 1.25\ ; w_f = -0.25$$

Esto significa que me debo endeudar a la tasa libre de riesgo para poder comprar más de la cartera de mercado, y así poder rentar sobre ella.

Problema 2

$\sigma^2 = aR^2 + bR + c$

a)

$$2\sigma \frac{\partial\sigma}{\partial R} = 2aR + b \Rightarrow \frac{\partial\sigma}{\partial R} = 0 \Rightarrow R_{\min} = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \sigma(R_{\min}) = \sqrt{a(\frac{-b}{2a})^2 + b(\frac{-b}{2a}) + c} = \sqrt{\frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c}$$

$$\Rightarrow \sigma(R_{\min}) = \sqrt{c - \frac{b^2}{4a}}$$

b)

$$2\sigma\partial\sigma = 2aR\partial R + b\partial R \Rightarrow \frac{\partial R}{\partial\sigma} = \frac{2\sigma}{2aR + b}$$

c)

$r_f = 2\%$

$r_m = 10\%$

$\sigma_m = 20\%$

$r^* = 0 \Rightarrow \sigma(r^*) = 30\%$

$\sigma^2 = aR^2 + bR + c$

Ecuaciones

$(30\%)^2 = c$

$(14.04\%)^2 = a(20.15\%)^2 + b(20.15\%) + c$

La tercera ecuación debe ser $2\sigma\partial\sigma = 2aR\partial R + b\partial R \Rightarrow \frac{\partial R}{\partial\sigma} = \frac{2\sigma}{2aR + b}$, evaluada en r_m y σ_m. La cual debe ser igual a la pendiente de la línea de mercado de capitales, es decir a $\left[r_m - r_f\right] / \sigma_m$

No es necesario calcular.!!!

d)

a) Para encontrar aquella cartera que tiene beta igual a 1 basta **(con la expresión basta, para todo el puntaje):**

$$\beta_i = 1 \rightarrow Cov(r_i, r_m) = \sigma_m^2 = E(r_i r_m) - E(r_i)E(r_m) \qquad (2)$$

$$Pero \quad r_i = \left(-b + \sqrt{b^2 - 4a(c - \sigma_i^2)}\right) \Big/ 2a$$

Se considera solo la solución positiva, debido a que estamos buscando una cartera en la FMV. Luego, reemplazando en (2) se tendrá la ecuación que deberá cumplir aquella cartera que tiene beta igual a 1.

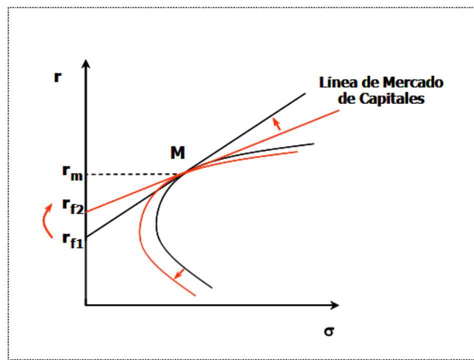
Problema 3

a)

(I)

El aumento en las expectativas en el crecimiento de la economía hace subir las tasas de interés y por lo tanto el retorno esperado de la tasa libre de riesgo $r_f$aumenta. En forma gráfica pasa del punto r_{f1}a r_{f2}.
También se menciona que el retorno esperado del portafolio de mercado (M) no cambia y por tanto se mantiene en su valor r_m. Tampoco cambia la varianza del portafolio de mercado σ_m.

Cambios en la Línea de Mercado de Capitales



No obstante, cabe hacer notar que para que r_m no cambie, la frontera eficiente debe tener algún desplazamiento de modo que la línea de mercado de capitales mantenga su condición de tangencia a esta misma.
Gráficamente: Se tiene un desplazamiento de la línea de mercado de capitales pero el punto M sigue perteneciendo a esta curva. Además, la frontera eficiente se traslada de tal forma que se mantenga la tangencia entre la línea de mercado y se preserven los valores de rentabilidad y varianza del portafolio de mercado.

II) **(Ponderar más la explicación que el desarrollo)**

Para evaluar la rentabilidad de un activo particular i, se utiliza la fórmula del CAPM.
Su ecuación corresponde a,

$$\overline{r_i} = r_f + \beta_i(\overline{r_m} - r_f)$$

Un aumento de la tasa libre de riesgo r_f, el retorno del portafolio de mercado se mantiene constante, y este activo particular i tiene un β que es mayor que 1 (β_i no ha variado).

Como se debe analizar la variación de la rentabilidad de éste activo i con respecto al aumento de la tasa libre de riesgo se tiene,

$$\frac{\partial \overline{r_i}}{\partial\, r_f} = 1 - \beta_i$$

En términos financieros, ante una mayor tasa libre de riesgo, era esperable que el activo de mercado también aumentara, de tal forma de estar ante el mismo premio por riesgo que anteriormente se enfrentaba. Sin embargo, el premio por riesgo disminuyó, lo cual provoca que agentes que antes estaban dispuestos a tomar cierto nivel de riesgo, ya no lo deseen – cambiándose a activos menos riesgosos (con betas mayores que 1), con el consiguiente efecto en el precio. Notar que el efecto anterior será más pronunciado en activos muy riesgosos.

b)

Para la evaluación de esta pregunta ser **criteriosos**.

Sin embargo, se espera que antes de cualquier consideración, el alumno definida las condiciones de cada una de las Hipótesis de eficiencia **(siendo parte importante de la evaluación 70%).** Es decir,

- ***HE débil***: El set de información (o información disponible) incluye solamente los precios y retornos históricos. Luego los precios reflejan sólo esa información. Test: los retornos son random walk.
- ***HE semi fuerte***: El set de información incluye toda tipo de información pública (reportes anuales, asesorías de inversión, etc.). Test: event studies.
- ***HE fuerte***: El set de información incluye incluso la información privada. Los precios reflejarían incluso la "información privilegiada".

(**30%**) De aquí en adelante la respuesta o interpretación de la noticia será un tanto abierta, sin embargo dependerá de la relación entre el set de información que consideren los alumnos y la interpretación que entreguen, de tal forma haga sentido con las definiciones anteriores.