

Clase Auxiliar N° 5

Problema 1

Demuestre que en un mercado donde se transan N activos, si se tiene una cartera donde se invierte $1/N$ en cada activo, su riesgo está acotado por la covarianza promedio de los instrumentos. Interprete este resultado.

Problema 2

- a) Comente: en una economía con dos activos en donde se cumple CAPM, si el beta de uno de los activos es 1, entonces el segundo beta también es uno.
- b) Suponga que un activo A es independiente (i.e. cero covarianza) del resto de los activos riesgosos. Se pide que encuentre una expresión para el beta del activo A.
- c) Comente: Si en una economía existen dos activos que presentan el mismo retorno esperado entonces en la cartera de mercado sus pesos serán iguales.
- d) Comente. Si el beta del retorno de una acción es cero, entonces la volatilidad de dicho retorno es 100% diversificable.
- e) Si la cartera de mercado es 30% en activo A y 70% en activo B, las volatilidades de A y B son 10% y 20% respectivamente, y la correlación cero, estime el beta de A.

Problema 3

Suponga que en la economía chilena se dan las siguientes estadísticas para algunas empresas del mercado:

Empresa	Beta	Volatilidades
Cap	0,888	8,9%
Cervezas	0,861	3,7%
Concha y Toro	0,858	3,5%
Coepc	0,802	3,6%
D&S	1,119	4,9%
Endesa	1,008	5,6%
Gasco	0,706	5,4%
Iansa	1,02	6,8%
Madeco	0,706	8,3%
Quiñenco	1,28	6,7%
San Pedro	0,736	13,6%
Ventanas	0,473	17,0%

Suponga que la tasa de retorno esperada del mercado es 12% y la tasa libre de riesgo alcanza un 4,5%.

- Si se estima que Copec pagará un dividendo de \$240 por acción, y que este dividendo crecerá a una tasa del 5% anual, ¿puede estimar el precio de la acción Copec?
- Suponga que a Ud. Le ofrecen un fondo de inversiones que se compone de un 50% en acciones de Endesa y el resto en Copec. ¿qué rentabilidad mínima esperada le exigiría al fondo para invertir en él?
- Si el fondo que le ofrecen tiene un 30% en activo libre de riesgo, 40% en Endesa y el resto en Copec, ¿cómo cambiaría su respuesta anterior?
- Un analista plantea que la volatilidad de Ventanas es casi totalmente diversificable, mientras que la volatilidad de Concha y Toro es en su mayoría sistemática. ¿podría usted probarlo o refutarlo?

PAUTA

Problema 1

Si se construye una cartera con N activos, donde se invierte $\frac{1}{N}$ en cada activo, la varianza de la cartera queda dada por:

$$\begin{aligned}\sigma_c^2 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_i \sigma_j = \left(\frac{1}{N}\right)^2 \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 + \left(\frac{1}{N}\right)^2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} (\forall i \neq j) \\ &= \left(\frac{1}{N}\right)^2 \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 + \frac{1}{N^2} (N^2 - N) COV_{prom}\end{aligned}$$

Luego, si N es grande, $\sigma_c^2 \rightarrow COV_{prom}$

Problema 2

a) Si hay sólo dos activos, entonces el beta de mercado se calcula como:

$$\beta_m = w\beta_A + (1-w)\beta_B$$

$$\text{Si } \beta_A = 1 = \beta_m \Rightarrow \beta_B = 1$$

Por lo tanto la afirmación es correcta.

b) Supongamos que existen N activos riesgosos, y A tiene covarianza 0 con todos ellos.

$$\beta_A = \frac{Cov(r_A, r_m)}{\sigma_m^2}, \text{ desarrollando (en la auxiliar), } \beta_A = \frac{w_A \sigma_A^2}{\sigma_m^2}$$

c) La afirmación es falsa, no existe ninguna relación entre las rentabilidades de los activos y sus pesos en la cartera de mercado. Lo importante son las volatilidades y las correlaciones entre los distintos activos. La cartera de mercado es un punto de equilibrio que es visto por todos los agentes del mercado y que representa la mayor rentabilidad posible de los activos riesgosos para una volatilidad dada por una cierta tasa libre de riesgo.

d) Verdadero. Sabemos que el riesgo total de una acción es:

$$\sigma^2 = \beta^2 \sigma_m^2 + \sigma_e^2$$

$$\text{Si } \beta = 0 \Rightarrow \sigma^2 = \sigma_e^2$$

e) Primero obtenemos la volatilidad de mercado

$$\sigma_m^2 = 0,3^2 0,1^2 + 0,7^2 0,2^2 = 0,02 \Rightarrow \sigma_m = 14,32\%$$

Luego:

$$Cov(r_A, r_m) = 0,003 \Rightarrow \beta_A = \frac{0,003}{0,02} = 0,15$$

Problema 3

a)

$$P = \frac{DIV_0}{r - g}$$

$$r = r_f + \beta(r_m - r_f) = 10,515\% \Rightarrow P = 4351,768$$

b)

$$r_{cart} = 0,5r_{endesa} + 0,5r_{copec}$$

Por CAPM:

$$r_{endesa} = 4,5\% + 1,008 * 7,5\% = 12,06\%$$

$$\text{De a) } r_{copec} = 10,515\%$$

$$\Rightarrow r_{cart} = 11,29\%$$

c)

$$r_{cart} = 0,3 * 4,5\% + 0,4 * 12,06 + 0,3 * 10,515 = 9,33\%$$

d)

$$\text{El riesgo total: } \sigma^2 = \beta^2 \sigma_m^2 + \sigma_e^2$$

$$\sigma_m = 4\%$$

$\beta^2 \sigma_m^2$ es el r. sistemático y σ_e^2 el r. diversificable. Reemplazando los datos:

Acción	Beta	sigma^2	Riesgo sistemático	prop. del total	Riesgo diversificable	prop. del total
Ventanas	0,473	0,0289	0,000358	0,012	0,02854	0,988
Conchatoro	0,858	0,001225	0,001178	0,982	0,00005	0,038

El analista está en lo cierto.