INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

Curso: IN56A
Semestre: Otoño
Profesores: José Miguel Cruz
Gonzalo Maturana
Ercos Valdivieso

Pauta Control 1

Pregunta 1

a) (2.5 puntos) Demuestre que la duración de un bono con cupones constantes y maturity T es:

$$\frac{1+y}{y}-\frac{1+y+T(c-y)}{c\{(1+y)^T-1\}+y}$$

Donde ***y*** es la tasa de interés y ***c*** es la tasa cupón.

b) (1.5 puntos) Calcule la duración de un bono perpetuo con tasa de cupón c.

Ahora, dado los siguientes instrumentos financieros:

I. Perpetuidad: paga $30 anuales, a partir de finales de año.

II. Bono con cupones: cupón constante anual de 2% y pagadero a fines de cada período (valor cara =$1200 y vencimiento a 30 años).

c) (1 puntos) Calcule la duración de los instrumentos I y II, si se sabe que la estructura de tasas de interés es plana en un 8.3% anual.

d) (1 puntos) Sin hacer ningún cálculo. ¿Qué esperaría que sucediera si la tasa de cupón fuera un 6% en lugar de un 2% anual? Explique.

<u>Pauta Pregunta 1:</u>

a)

$$P=\frac{c}{y}\left(1-\frac{1}{(1+y)^T}\right)+\frac{1}{(1+y)^T}$$ 0,75 PTOS

$$\frac{dP}{dy}=-\frac{c}{y^2}\left(1-\frac{1}{(1+y)^T}\right)+\frac{cT}{(1+y)^{T+1}}-\frac{T}{(1+y)^{T+1}}$$ 0,5 PTOS

$$=-\frac{c}{y}\left(\frac{(1+y)((1+y)^T-1)}{y(1+y)^{T+1}}\right)+\frac{cT}{y(1+y)^{T+1}}-\frac{yT}{y(1+y)^{T+1}}$$

$$\frac{dP}{dy}=-P\,D\,\frac{1}{1+y}$$ 0,75 PTOS

$$= -\left(\frac{c}{y}\left(1 - \frac{1}{(1+y)^T}\right) + \frac{1}{(1+y)^T}\right)\frac{D}{1+y} = -\left(\frac{c(1+y)^T - c + y}{y(1+y)^T}\right)\frac{D}{1+y}$$

Reemplazando

$$-\left(\frac{c(1+y)^T - c + y}{y(1+y)^T}\right)\frac{D}{1+y} = -\left[\frac{\frac{c}{y}(1+y)^{T+1} - \frac{c}{y}(1+y) - cT + yT}{y(1+y)^T}\right]$$

$$[c(1+y)^T - c + y]\,D = \frac{c}{y}(1+y)^{T+1} - \frac{c}{y}(1+y) - cT + yT$$
$$= \left(\frac{1+y}{y}\right)(c((1+y)^T - 1) + y) - (1 + y + T(c-y))$$

Finalmente

$$D = \left(\frac{1+y}{y}\right) - \frac{(1+y+T(c-y))}{[c(1+y)^T - c + y]}$$ 0,5 PTOS

b) Tomando el límite:

$$\lim_{T\to\infty} \frac{1+y}{y} - \frac{1+y+T(c-y)}{c\{(1+y)^T - 1\} + y} = \frac{1+y}{y} - \underbrace{\lim_{T\to\infty} \frac{1+y+T(c-y)}{c\{(1+y)^T - 1\} + y}}_{\text{Por L'Hôpital}}$$

Se obtiene:

$$\frac{(c-y)}{c \cdot log(1+y) \cdot e^{T \cdot log(1+y)}} \to 0$$

Por lo que la duración del bono perpetuo es:

$$D = \frac{1+y}{y}$$

c) Perpetuidad: $D = \frac{1+y}{y} = \frac{1.083}{0.083} = 13.05\ años$

Bono: $D = \frac{1+y}{y} - \frac{1+y+T(c-y)}{c\{(1+y)^T - 1\} + y} = \frac{1.083}{0.083} - \frac{1.083 + 30*(0.02 - 0.083)}{0.02*(1.083^{30} - 1) + 0.083} = 15.9\ años$

d) En el caso c). c<<y, por lo cual el bono se transa con un gran descuento. Si la tasa de cupón fuera de un 6% anual, el bono aun se transaría con descuento. Sin embargo, el castigo en su precio, con respecto a su valor nominal, sería mucho menor que en c). Esperaríamos

que la duración del bono fuera inferior que la perpetuidad porque los flujos pagados por aquel en los años anteriores a su vencimiento tendrían un mayor valor presente.

Pregunta 2

Considerando la siguiente curva de tasas forward anuales:

Tasa Forward	(%)
$F_{1\text{-}2}$	6,35%
$F_{2\text{-}3}$	6,96%
$F_{3\text{-}4}$	6,36%
$F_{4\text{-}5}$	6,93%

Un swap es un contrato que adhieren dos inversionistas en el cual se comprometen a intercambiar los flujos de dos bonos en fechas futuras (i.e. cada inversionista compra un bono y vende otro). En efecto, un inversionista A emite un bono bullet a tasa fija con cupones anuales. Por otro lado, un inversionista B emite un bono a tasa flotante. Suponga que la tasa cero cupón a 1 año es 6,25%.

a) (3 puntos) ¿Qué condición debieran cumplir estos instrumentos de manera que ambos estuvieran interesados hoy en el contrato de intercambio de flujos?
b) (3 puntos) Considerando que ambos instrumentos tienen la misma madurez de 5 años e idéntico valor cara. ¿Cuál sería la tasa cupón del bono emitido por el inversionista A? Plantee sin resolver.

<u>Pauta Pregunta 2:</u>

a) Para que ambas partes este interesadas en llegar a un acuerdo, debe existir un equilibrio entre las utilidades de ambas. En este caso, se aplica el principio de no arbitraje, donde ningún inversionista podrá obtener utilidades realizando la transacción ya que en cualquier otro caso, uno de ellos se vería perjudicado mientras que el otro ganaría un spread. Esto implica que los valores presentes (precios) de ambos bonos deben ser iguales.

$$VPN_{Fijo} = VPN_{Flotante}$$

2 ptos por explicar que se debe utilizar no arbitraje.
1 pto por decir que los VPN (precios) de ambos bonos son iguales

b)

$$\sum_{t=1}^{T} \frac{cN}{(1+r_i)^i} + \frac{N}{(1+r_T)^T} = N$$

$$c * \sum_{t=1}^{T} \frac{N}{(1+r_i)^i} + \frac{N}{(1+r_T)^T} = N$$
$$c * \sum_{t=1}^{T} \frac{N}{(1+r_i)^i} = N - \frac{N}{(1+r_T)^T}$$
$$c = \left(1 - \frac{1}{(1+r_T)^T}\right) / \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{(1+r_i)^i}$$

Donde:

$$T = 5$$
$$r_1 = 6{,}25\%$$
$$(1+r_1)(1+f_{12}) = (1+r_2)^2 \qquad => r_2$$
$$(1+r_2)^2(1+f_{23}) = (1+r_3)^3 \qquad => r_3$$
$$\dots y\ asi\ con\ todas\ las\ tasas, obteniendose:$$
$$r_1 = 6{,}25\%$$
$$r_2 = 6{,}30\%$$
$$r_3 = 6{,}52\%$$
$$r_4 = 6{,}48\%$$
$$r_5 = 6{,}57\%$$

Reemplazando en la formula de arriba, se obtiene:

$$c = \frac{\left(1 - \frac{1}{(1+6{,}57\%)^5}\right)}{\sum_{t=1}^{5} \frac{1}{(1+r_i)^i}} \approx 6{,}55\%$$

Pregunta 3

Responda si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas y justifique (1 punto c/u).

a) Un bono bullet que se transa a 110% tiene una TIR menor a la tasa cupón.

<u>Solución:</u>

Verdadero, recordar que $P = \sum \frac{cupones}{(1+TIR)^t} + \frac{NOM}{(1+TIR)^T}$ de donde se deduce que TIR = tasa cupón si P=NOM, y TIR<cupón si P>NOM.

b) La tasa forward indica cuál va a ser la tasa spot en el futuro.

Solución:

Falso, la tasa forward indica una situación particular del mercado en un momento dado, y está dada por la estructura de tasas spot actuales. La hipótesis de expectativas supone que las tasas forward son el valor esperado de las tasas spot a futuro.

c) La estructura de tasas spot es siempre creciente.

Solución:

Falso, se pueden dar estructuras decrecientes y con jorobas, no hay nada que prohíba a priori una forma u otra.

d) Incorporar un bono a tasa flotante semestral permite disminuir la duración de una cartera de bonos de largo plazo.

Solución:

Verdadero, asumiendo que la duración del bono a tasa flotante (6 meses) es menor que la duración actual de la cartera. Esto porque la duración de un bono a tasa flotante es igual al tiempo que resta para su primer pago de intereses.

e) Suponga que la empresa A tuvo utilidades de $100 por acción el año pasado, que tiene 100 millones de acciones en circulación y que dado el estado actual de las operaciones, la empresa no va a tener crecimiento a futuro. (e.1) Si la tasa de descuento de los dividendos es de 12%, ¿cuál debiese ser el precio de cada acción de acuerdo al modelo de descuento de dividendos? (e.2) Suponga ahora que la empresa anuncia un proyecto que tiene un VPN de $230 por acción. ¿Cuál debiese ser el valor de la acción después de este anuncio?

Solución:

$$P_{(e.1)} = \frac{100}{12\%} = 833{,}3$$
$$P_{(e.1)} = 833{,}3 + 230 = 1063{,}3$$

f) El mercado espera que Microsoft gane US$2 por acción el próximo año. Su tasa de re-inversión de utilidades es de 20%, y su ROE es de 45%. El precio actual de la acción es de US$29. Dados los datos anteriores y asumiendo que el mercado espera que la rentabilidad y crecimiento se mantendrán en el futuro, ¿cuál debe ser la tasa de descuento de los dividendos?

Solución:

$$P = \frac{DIV_1}{r - g} \Rightarrow r = \frac{DIV_1}{P} + g = \frac{DIV_1}{P} + \alpha \cdot ROE = 14{,}52\%$$