Auxiliar 6 - IN51A
Otoño 2010

Profesores: Nicolás Figueroa, Ronald Fischer
Auxiliares: Manuel Marfán, Sebastián Vergara

P1

En el pequeño pueblo de Peor es nada existe solo un bar llamado Garganta de Lata. La función de demanda inversa por alcohol viene dada por $p(q) = A - q$. La función de costos del bar es $C(q) = B + cq$.

a) Determine el precio y la cantidad vendida por el monopolio, si no puede discriminar.

b) Demuestre que la estrategia óptima para el monopolio si es que puede discriminar es "entrada y barra al costo". Determine el valor de la entrada y de cada trago.

Suponga que el dueño del local a descubierto que la verdadera demanda depende de si el cliente es hombre o mujer, y viene dada por $P_i(q_i) = a_i - bq_i$ (con $i = 1$ para hombres y 2 para mujeres), por lo que ha decidido cobrar una entrada dependiendo del sexo y cobrar un precio uniforme dentro del bar por el alcohol.

c) De que tipo de discriminación se trata?

d) Demuestre que si $a_1 > a_2$ entonces los hombres pagarán una entrada mayor que las mujeres. Cuál será el precio del alcohol dentro del bar?.

Solución P1

a) Si no se puede discriminar, el problema es un tipico problema de monopolio, por lo que maximizamos en funcion de q

$$\max_{q \geq 0} (A - q)q - B - cq$$

$$C.P.O : A - 2q - c = 0 \Rightarrow q = \frac{A - c}{2} \ , \ p = \frac{A + c}{2} \ , \ \Pi^{ND} = \frac{(A - c)^2}{4} - B$$

b) En este caso, se considera una tarifa de dos partes $T(q) = T + pq$, donde T es un cargo fijo, y p un precio por cantidad. Por lo tanto, el problema de maximizacion es:

$$\max_{T.q} T + (A - q)q - cq - B$$
$$s.a \quad T \leq E.C$$

$E.C$ es el excedente del consumidor, que en este caso corresponde a $E.C = \frac{(A-p)q}{2} = \frac{q^2}{2}$, y como la funcion a maximizar es creciente en T, se deduce que en el optimo la restriccion se cumple con igualdad, por lo que se tiene:

$$\max_{q \geq 0} \frac{q^2}{2} + (A-q)q - cq - B$$

$$C.P.O : q + A - 2q - c = 0 \Rightarrow q = A - c \, , \, p = c \, , \, T = \frac{(A-c)^2}{2} \, , \, \Pi^D = \frac{(A-c)^2}{2} - B$$

Se verifica claramente que $\Pi^D > \Pi^{ND}$

c) En este caso se trata de una discriminacion de tercer grado, ya que ahora se discrimina por una caracteristica grupal.

d) Como el precio debe ser el mismo para ambos grupos, calculamos ahora todo en funcion de este, y calculamos primero la demanda agregada.

$$q_i(p) = \frac{a_i - p}{b}$$

$$q(p) = \begin{cases} q_1(p) + q_2(p) & si \quad 0 \leq p \leq a_2 \\ q_1(p) & si \quad a_2 < p \leq a_1 \end{cases}$$

Consideraremos que $0 \leq p \leq a_2$ para que ambos grupos esten dispuestos a entrar. Por lo tanto, ahora el problema de maximizacion es fijar p, T_1, T_2 tal que maximizen la utilidad del monopolista:

$$\max_{p, T_1, T_2} T_1 + T_2 + (\frac{a_1 - p}{b})(p - c) + (\frac{a_2 - p}{b})(p - c) - B$$
$$s.a \quad T_1 \leq E.C_1 \quad , \, T_2 \leq E.C_2$$

En este caso $E.C_i = \frac{(a_i - p)(\frac{a_i - p}{b})}{2} = \frac{(a_i - p)^2}{2b}$ y nuevamente en el optimo las restricciones son activas, por lo que el problema queda:

$$\max_p \frac{(a_1 - p)^2}{2b} + \frac{(a_2 - p)^2}{2b} + (p - c)\frac{(a_1 + a_2 - 2p)}{b} - B$$

$$C.P.O : -\frac{a_1 - p}{b} - \frac{a_2 - p}{b} + \frac{a_1 + a_2}{b} - \frac{4p}{b} + \frac{2c}{b} = 0$$

$$\Rightarrow p = c \, , \, q = \frac{a_1 + a_2 - 2c}{b} \, , \, T_1 = \frac{(a_1 - c)^2}{2b} \, , \, T_2 = \frac{(a_2 - c)^2}{2b}$$
$$\Pi = \frac{(a_1 - c)^2 + (a_2 - c)^2}{2b} - B$$

Claramente, si $a_1 > a_2$ se cumple que $T_1 > T_2$

P2

El canal de televisión pagada NTV desea transmitir los partidos del mundial de handball. NTV sabe que su mercado está segmentado por edad: los mayores de 65 tiene demanda por ver partidos $q_1 = 1-p$ y los menores de 65 tienen demanda por partidos $q_2 = 1-ap$, $a > 1$. El costo para el canal de conseguir las transmisiones es un costo fijo F, pero no hay costo variable.

a) Suponga que NTV puede separar completamente los mercados. Determine los precios y cantidades en cada segmento y las utilidades totales.

b) Suponga que NTV no puede controlar la edad de los clientes. Determine la demanda agregada.

c) Encuentre el precio, cantidades y utilidades que obtiene NTV si desea atender a ambos tipos de clientes, o sólo a un tipo de clientes, dado que NTV no puede controlar la edad. Encuentre la condición sobre a que NTV prefiera atender a ambos grupos de clientes, cuando no puede controlar la edad del cliente.

d) Suponga $a = 2$. Si $F > 1/3$, ¿cuál será la pérdida social de no poder discriminar?

Solución

a) Si NTV puede separar completamente los mercados, entonces creará un tipo de contrato para cada tipo de cliente, de manera de maximizar su utilidad en cada mercado.

• Mercado de los mayores de 65

$$\Pi 1 = p1(1-p1)$$
$$CPO: \frac{\partial \Pi 1}{\partial p1} = 1 - 2p1 = 0$$
$$\therefore \; p1 = \frac{1}{2} \quad q1 = \frac{1}{2} \quad \Pi 1 = \frac{1}{4}$$

• Mercado de los menores de 65

$$\Pi 2 = p2(1-ap2)$$

$$CPO: \frac{\partial \Pi 2}{\partial p2} = 1 - 2ap2 = 0$$
$$\therefore \; p2 = \frac{1}{2a} \quad q1 = \frac{1}{2} \quad \Pi 1 = \frac{1}{4a}$$

• Utilidades totales al Discriminar:

$$\Pi^D = \Pi 1 + \Pi 2 - F = \frac{1}{4} + \frac{1}{4a} - F = \frac{(a+1)}{4a} - F$$

b) La demanda que enfrenta NTV está dada por:

$$q = \begin{array}{ll} 1-p & si\ p \in \left]\frac{1}{a}, 1\right] \\ 2-(1+a)p & si\ p \in \left[0, \frac{1}{a}\right] \end{array}$$

Gráficamente (ver figura 6.6)

c) En el caso en que NTV no es capaz de discriminar, puede atender a ambos tipos de clientes o sólo dedicarse al grupo de mayor valoración. Las utilidades que recibe NTV si atiende uno u otro sector de la curva de demanda agregada son:

$$\underline{\bullet p \in \left]\frac{1}{a}, 1\right]}$$
$$\Pi_1^{ND} = p(1-p) - F$$
$$CPO : \frac{\partial \Pi}{\partial p} = 1 - 2p = 0$$
$$\therefore \;\; p = \frac{1}{2} \quad q = \frac{1}{2}1 \quad \Pi_2^{ND} = \frac{1}{4} - F$$

$$\underline{\bullet p \in \left[0, \frac{1}{a}\right]}$$
$$\Pi_2^{ND} = p(2 - (1+a)p) - F$$
$$CPO : \frac{\partial \Pi}{\partial p} = 2 - 2(1+a)p = 0$$
$$\therefore \;\; p = \frac{1}{1+a} \quad q = 1 \quad \Pi_2^{ND} = \frac{1}{1+a} - F$$

Luego, NTV preferirá atender a ambos grupos si

$$\Pi_2^{ND} > \Pi_1^{ND}$$
$$\Rightarrow \frac{1}{1+a} > \frac{1}{4}$$
$$\Rightarrow \frac{4}{4(1+a)} > \frac{1+a}{4(1+a)}$$
$$\Rightarrow a < 3$$

d) Si NTV no pude discriminar, le convendrá atender a los dos segmentos de clientes, ya que $a = 2$ (menor que 3)

$$\Pi ND = \frac{1}{1+a} - F = \frac{1}{3} - F$$

pero como F>$1/3 = > \Pi ND < 0$, por lo tanto NTV no emitirá los partidos lo que lleva a que el Excedente Social (s/discriminación) sea cero ($ES^{ND} = 0$).

Por el contrario, si NTV puede discriminar entre los 2 segmentos tendremos

$$\Pi D = \frac{a+1}{4a} - F = \frac{3}{8} - F = > \Pi D > 0$$

.En este caso el excedente social queda determinado por:

$$ES^D = EC^1 + EC^2 + \Pi_D = \frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2} + \frac{1}{2a}\frac{1}{2}\frac{1}{2} + \frac{a+1}{4a} - F = \frac{9}{16} - F$$

Finalmente, la perdida social (PS) de no poder discriminar se calcula como

$$PS = ES^D - ES^{ND} = \frac{9}{16} - F - 0 = PS = \frac{9}{16} - F$$

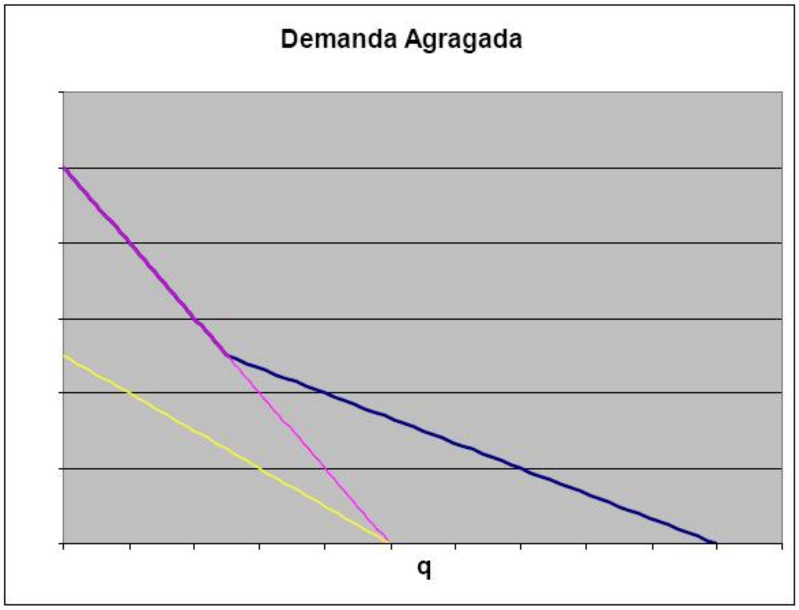

Figura 6.6: Demanda agregada NTV