Auxiliar 5 - IN51A
Otoño 2010

Profesores: Nicolás Figueroa, Ronald Fischer
Auxiliares: Manuel Marfán, Sebastián Vergara

P1

Explique y resuelva:

a) Encuentre el margen de Lerner de un monopolio con costos $C(q) = cq$ y que enfrenta una demanda dada por $D(p) = 1 - p$.

b) Encuentre el margen de Lerner para un monopolio con demanda $d(p) = kp^{-\varepsilon}$ y los costos del caso anterior.

c) Muestre que un monopolio nunca opera donde $\varepsilon < 1$. Explique.

d) Supongamos que se desea que el monopolio se comporte en forma eficiente. Muestre que para que esto suceda, es necesario subsidiar al monopolio en $t/(p+t) = \quad 1/\varepsilon$. ¿Por qué cree que usted que estos subsidios no son comunes?

e) Describa situaciones en las que un monopolio vende la unidad marginal de un bien a su costo marginal. ¿Es posible que un monopolio venda un producto bajo su costo marginal?

Solución P1

a) El margen de lerner se define como $\frac{p^m - c}{p^m}$. Por lo que necesitamos resolver el problema del monopolio:

$$\max_{p \geq 0} pD(p) - C(D(p)) \Leftrightarrow \max_{p \geq 0} p(1-p) - c(1-p)$$

$$C.P.O : 1 - 2p + c = 0 \Rightarrow p = \frac{1+c}{2}$$

Por lo tanto el margen de Lerner es

$$\frac{p^m - c}{p^m} = \frac{1-c}{1+c}$$

b) Resolvemos nuevamente el problema del monopolista

$$\max_{p \geq 0} p \cdot kp^{-\epsilon} - c \cdot kp^{-\epsilon}$$

$$C.P.O : (1-\epsilon)kp^{-\epsilon} + c\epsilon kp^{-\epsilon-1} = 0 \Rightarrow p = \frac{c \cdot \epsilon}{\epsilon - 1}$$

Por lo tanto el margen de Lerner en este caso es:

$$\frac{p^m - c}{p^m} = \frac{1}{\epsilon}$$

c) Si $\epsilon < 1$ se tiene que el beneficio del monopolista es $k \cdot p^{1-\epsilon}$ el cual es creciente en p, y la funcion de costos es $c \cdot kp^{-\epsilon}$ que es decreciente en p, por lo tanto las utilidades totales del monopolista son crecientes en p. Por lo tanto, si $\epsilon < 1$, el monopolista tiene incentivos a aumentar siempre el precio, por lo que lo aumentara hasta llegar a alguna region donde $\epsilon \geq 1$.

d) Se quiere que el monopolio se comporte de forma eficiente, por lo que se quiere que el monopolio fije su precio igual a su costo marginal, ie. $p = c$.

Por lo tanto, con el subsidio, el precio nuevo que observa el monopolio sera $p + t$. Con esto el margen de Lerner sera

$$\frac{p + t - c}{p + t} = \frac{t}{p + t}$$

Luego, el subsidio tiene que ser tal que le mantenga el margen antiguo, por lo que se debe cumplir que

$$\frac{t}{p + t} = \frac{1}{\epsilon}$$

Estos subsidios son muy caros, ya que al tenerse $p = c$, la demanda sube demasiado, por lo que se debe subsidiar por muchas unidades producidas.

e) Del caso del problema, se ve que si $\epsilon \to \infty$ el margen de Lerner tiende a 0 por lo que se tiene que $p = c$. Esto corresponde a que la demanda sea infinitamente elastica, ya que ϵ corresponde a la elasticidad. Esto implica que en el mercado hay infinitos sustitutos, entonces no hay costo para el consumidor de cambiarse a consumir otro producto. En el fondo, el monopolista pierde todo su poder monopolico.

Si es posible que venda a un precio menor que el costo marginal, por ejemplo en casos de monopolios de multiproductos en que la cantidad vendida de un producto influya positivamente en la demanda del otro producto. Un ejemplo de esto son las impresoras y las tintas, la venta del primero influye en la demanda del segundo, por lo que las impresoras se venden a un bajo precio, incluso bajo su costo marginal.

P2

Una empresa es monopolista en un mercado con una función de demanda inversa (en cada período) de $p(q) = a - bq$. El costo por unidad en el primer período es c_1 y en el segundo es $c_2 = c_1 - mq_1$, donde q_1 es la cantidad producida en el primer período. Asuma que $a > c$ y $b > m$. Suponga además que le monopolista no descuenta el futuro.

a) Cuál es el nombre de la característica particular que presenta el modelo?. De ejemplos de industrias donde este efecto exista.

b) Cuál será la producción del monopolio en cada período?

c) Que producción determinaría un planificador social benevolente que controlase al monopolio?. Tiene sentido fijar el precio igual al costo marginal en el primer período? Por qué?

d) Dado que el planificador fija solo q_1. Haría que el monopolio aumentase ligeramente la producción con respecto a la encontrada en a)?. De una intuición al respecto.

Solución P2

a) Esta caracteristica es la de *Learning by doing*. Esto quiere decir que a medida que se producen mas unidades, se aprende de esto por lo que se reducen los costos a futuro. Un ejemplo de esto es la industria de los microchips.

b) El monopolista tiene que maximizar su utilidad de ambos periodos (no descuenta las utilidades futuras), por lo que tiene que elegir q_1, q_2 tal que maximicen sus utilidades:

$$\max_{q_1,q_2}(a - bq_1 - c)q_1 + (a - bq_2 - (c - mq_1))q_2$$

Las condiciones de primer orden son:

$$q_1: \quad a - 2bq_1 - c + mq_2 = 0$$
$$q_2: \quad a - 2bq_2 - c + mq_1 = 0$$

Se observa que las condiciones son iguales para ambas cantidades, por lo que $q_1 = q_2$, y resolviendo el sistema se tiene que

$$q_1 = q_2 = \frac{a-c}{2b-m} \Rightarrow p_1 = p_2 = \frac{a(b-m)+bc}{2b-m}$$

c) El planificador social maximiza el excedente social, que es la suma del excedente del cosumidor y del excedente del productor de ambos periodos:

$$E.C_1 = \frac{(a-(a-bq_1))q_1}{2} = \frac{bq_1^2}{2}$$
$$E.C_2 = \frac{(a-(a-bq_2))q_2}{2} = \frac{bq_2^2}{2}$$
$$E.P_1 = (p_1 - c)q_1 = (a - bq_1 - c)q_1$$
$$E.P_2 = (p_2 - c + mq_1)q_2 = (a - bq_2 - c + mq_1)q_2$$

Por lo que el problema que resuelve el P.S es:

$$\max_{q_1,q_2} \frac{bq_1^2}{2} + \frac{bq_2^2}{2} + (a - bq_1 - c)q_1 + (a - bq_2 - c + mq_1)q_2$$

Las condiciones de primer orden son:

$$q_1: \quad bq_1 + a - 2bq_1 - c + mq_2 = 0$$
$$q_2: \quad bq_2 + a - 2bq_2 - c + mq_1 = 0$$

nuevamente se ve que $q_1 = q_2$, por lo que resolviendo el sistema se tiene que

$$q_1 = q_2 = \frac{a-c}{b-m} \Rightarrow p_1 = p_2 = \frac{bc-am}{b-m}$$

Ademas,

$$c_2 = c - mq_1 = \frac{bc-am}{b-m} = p_1 = p_2$$

Veamos los excedentes sociales si el precio es igual al costo marginal del primer periodo y cuando es igual al del segundo periodo:

Si $p = c$, $q = \frac{a-c}{b}$

$$\Rightarrow E.C_1 = E.C_2 = \frac{(a-c)^2}{2b}$$
$$E.P_1 = 0$$
$$E.P_2 = (c - c_2)q = \frac{m(a-c)^2}{b^2}$$
$$\Rightarrow B.S_1 = (a-c)^2 \cdot \frac{b+m}{b^2}$$

Si $p = \frac{bc-am}{b-m}$, $q = \frac{a-c}{b-m}$

$$\Rightarrow E.C_1 = E.C_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{b(a-c)}{b-m}\right)\frac{(a-c)}{(b-m)} = \frac{b}{2}\frac{(a-c)^2}{(b-m)^2}$$
$$E.P_1 = \frac{(a-c)}{(b-m)}(p-c) = -m\frac{(a-c)^2}{(b-m)^2}$$
$$E.P_2 = 0$$
$$\Rightarrow B.S_2 = \frac{(a-c)^2}{(b-m)}$$

Luego, comparamos $B.S_1$ con $B.S_2$

$$\frac{B.S_2}{B.S_1} = \frac{b^2}{(b-m)(b+m)} = \frac{b^2}{b^2-m^2} > 1$$
$$\Rightarrow B.S_2 > B.S_1$$

es por esto que se fija el precio igual al costo marginal del segundo periodo y no del primero.

d) Si el planificador solo fija q_1, es claro que $q_1^{P.S} > q_1^m$ ya que el monopolista siempre produce menos que el optimo para asi aumentar los precios. Entonces, para el segundo periodo, el monopolista tendra menores costos marginales que en el caso en que el fija la produccion q_1 ya que $c_2^{P.S} = c - mq_1^{P.S} < c - mq_1^m = c_2^m$. Como el monopolista, en el segundo periodo produce hasta igualar ingreso marginal con costo marginal, ahora que tiene costos marginales menores que en el caso (a), producira en el segundo perido mas que lo que producia en el segundo periodo en (a).