Profesor: Fernando Ordóñez P.

Semestre: Otoño 2009

Fecha: 24 de Abril de 2009

IN47B Ingeniería de Operaciones Control N^o1

Problema 1 (50 %)

1. (0.5) Ordene en términos de crecimiento asintótico las siguientes funciones (i.e. ordene según notación $O(\)$). $n^{4/3}$, $\log(n!)$, $6^{\log n}$, $\log(\log(n))$, $n^{\log(n)}$, 1.

Sol: Sabemos que $6^{\log n} = n^{\log 6}$ y que $0 < \log 6 < 1$. Además como $n < 10 + \sum_{i=1}^n \log i = 10 + \log(n!) < 10 + n \log n$, podemos ordenar:

$$1 \leq \log(\log(n)) \leq 6^{\log n} \leq \log(n!) \leq n^{4/3} \leq n^{\log(n)}$$

donde las $f \leq g$ significa que f es $O(g)$.

2. Considere un grafo dirigido $G = (N, A)$ con n nodos y m arcos. El siguiente algoritmo realiza una búsqueda en profundidad en el grafo partiendo del nodo 1.

Algorithm 1 BUSQUEDA EN PROFUNDIDAD

```
VISITA(i) = 0; PRED(i)=NULL  $\forall i \in N$ 
VISITA(1) = 1; PRED(1) = 0
LISTA = {1}
while LISTA  $\neq \emptyset$  do
  Sea  $i$  el último nodo puesto en LISTA
  if  $i$  tiene un arco  $(i, j) \in A$  tal que VISITA( $j$ ) = 0 then
    VISITA( $j$ ) = 1; PRED( $j$ ) =  $i$ ;
    LISTA = LISTA  $\cup \{j\}$ ;
  else
    LISTA = LISTA  $\setminus \{i\}$ ;
  end if
end while
```

- a) (0.5) Explique que es el problema de búsqueda en profundidad en un grafo, que es una instancia de este problema y cual es el tamaño de una instancia. **Sol:** El problema encuentra todos los nodos que pueden ser accesados de 1. Lo de profundidad se refiere a que después que encuentra un descendiente, digamos j del nodo actual, el algoritmo busca a un descendiente de j antes de buscar a nodos al mismo nivel que j .

Una instancia es un grafo dado.

El tamaño de una instancia es el número de nodos y el número de arcos, n y m respectivamente.

b) (1.0) Encuentre la menor cota del número de operaciones que realiza el Algoritmo 1 en el peor caso. Considere que todas las operaciones matemáticas y de comparación, asignación, lectura, demoran lo mismo. Utilice la notación $O(\cdot)$.

Sol: la inicialización es $O(n)$. El número de iteraciones es a lo más $2n$ ya que en cada iteración se agrega o retira un nodo a LISTA y cada nodo es agregado una sola vez (cuando se revisa el arco (i,j) y $VISITA(j)=0$). Pero el trabajo por iteración puede cambiar ya que encontrar un arco (i,j) tal que $VISITA(j)=0$ puede requerir mirar todos los arcos de i . A lo largo del algoritmo, revisamos cada arco una sola vez (imagínese que los borra si los reviso en una iteración anterior). Pasamos $O(m)$ revisando arcos y $O(n)$ iteraciones más para borrar nodos de LISTA. Con esto tenemos que la parte principal del algoritmo demora $O(m+n)$ ya que encontrar el último nodo en LISTA y las asignaciones y evaluaciones de condiciones son a lo más un número constante en cada iteración ($i=6$ por iteración).

Total del algoritmo $O(n + m + n) = O(n+m) = O(m)$.

3. (0.5) Explique un método de reducción de varianza que puede haber utilizado para comparar las distintas configuraciones de colas en el banco para la Tarea 1.

Sol: - Método simple: Si nos aseguramos que las salidas de interés (por ejemplo número de deserciones de la cola D_i) en ambas configuraciones tienen una correlación positiva, tenemos que la variable $Z = D_1 - D_2$ tiene menor varianza que si estas variables no estuvieran correlacionadas.

Para lograr eso se deben correr las dos simulaciones bajo los mismos números aleatorios.

- Método con variable de control. En cada simulación (D_1 y D_2) considero además la variable aleatoria Z_1 y Z_2 de los tiempos entre llegadas de los clientes con cada configuración. Estas variables tienen valor promedio conocidos $E(Z_1)$ y $E(Z_2)$. Con esto el estimador insesgado de $E(D_i)$, el promedio de las variables $Q_i = D_i - c * \frac{(Z_i - E(Z_i))}{\sqrt{V(Z_i)V(D_i)}}$ tiene menor varianza que el promedio de D_i , esto con $c* = COV(Z_i, D_i) / \sqrt{V(Z_i)V(D_i)}$

4. (0.5) ¿Cuál es la diferencia entre el supply chain management y el revenue management?

Sol: El supply chain management se preocupa por distribuir a menor costo el producto correcto en el lugar correcto en el momento correcto. Mientras que el revenue management se preocupa de distribuir a menor costo el producto correcto al cliente correcto en el lugar y tiempo correctos y en la cantidad y precio correctos.

Problema 2 (50 %)

Usted trabaja en la gerencia de operaciones de una tienda de música y artículos electrónicos (Best Buy, Fry's). El gerente le informa que usted tiene que mejorar la eficiencia de los vendedores para reducir el número de ventas fallidas (personas que van a la tienda y no compran) durante las horas punta de forma de aumentar los ingresos. Usted decide utilizar simulación para estudiar el efecto de distintas estrategias de venta en los ingresos.

Se estudia el comportamiento de la sala de venta durante dos meses y se observa: hay dos tipos de clientes, los que vitrinean y los que van a buscar algo específico. En terminos generales, el que vitrinea compra con baja probabilidad, pasa mas tiempo en la tienda, y si compra puede gastar mucha plata. El que sabe lo que va a comprar se demora poco, compra con alta probabilidad, pero en general gasta menos ya que ha hecho el estudio de mercado. La probabilidad de que un cliente compre aumenta si es asistido por un vendedor. Si un vendedor asiste a un cliente, esta ocupado durante el tiempo que el cliente este en la tienda. Suponga que tiene un solo vendedor y que debe decirle cuando ayudar a los que vitrinean y cuando esperar que le pregunte alguien que esta buscando algo. Se obtienen los siguientes parametros para hacer una simulación.

tipo cliente	%	Δt entre llegadas(min)	Δt en tienda(min)	proba compra	monto compra (\$K)	prob compra vendedor
vitrinea	60	exp, $\mu = 5$	exp, $\mu = 7$	0.3	$U[20, 500]$	0.4
busca	40	exp, $\mu = 25$	exp, $\mu = 5$	0.6	$U[50, 300]$	0.7

1. (0.5) Describa los principales eventos de una simulacion de la tienda.

Sol: Los eventos que cambian el estado en esta simulación son: 1. llegadas de un cliente vitrineando (cliente V). 2. llegadas de un cliente que busca algo (cliente B). 3. salida de un cliente V 4. salida de un cliente B 5. si el vendedor esta ocioso, puede decidir ayudar a un cliente V.

las decisiones de si compra o no un cliente se pueden considerar en los ultimos dos eventos, asi mismo el monto de la compra si hay. Note que si hay 1 cliente B el vendedor esta ocupado.

2. (0.5) Explique cuando conviene utilizar un método de incrementos fijos de tiempo o un método de incrementos variable de tiempo. ¿Como conviene incrementar el tiempo en este problema?

Sol: La experiencia sugiere que el incremento de tiempo fijo es aconsejable cuando los eventos de interés ocurren con regularidad o cuando el número de eventos es considerable, es decir, cuando varios ocurren en el mismo periodo de tiempo. El método de incremento de tiempo variable es aconsejable, ya que toma menos de tiempo de computador, cuando hay relativamente pocos eventos dentro de una cantidad de tiempo considerable. En este caso resulta simple avanzar el tiempo cuando llega o se va un cliente o el vendedor cambia de actividad. Asi que es mas preciso y recomendable un incrementeo variable de tiempo.

3. (0.5) ¿Cuales son los estados en los que puede estar la tienda?

Sol: Las variables de estado de la tienda son el tipo y numero de clientes que esta presente y lo que esta haciendo el vendedor.

La tienda puede tener k clientes vitrineando, j clientes buscando algo, con k y j enteros ≥ 0 y el vendedor puede estar esperando a un cliente que busca o ayudando a un cliente (que puede ser alguien que vitrinea o busca). Por lo tanto los estados del vendedor dependen de los estados de los numeros y tipos de clientes.

Si $j + k = 0$ entonces el vendedor esta esperando. Si $j \geq 1$ y $k = 0$ entonces el vendedor puede estar esperando o atendiendo a un cliente que vitrina. Si $k \geq 1$ entonces el vendedor esta ayudando a un cliente. Es posible que el cliente sea alguien vitrineando, si lo empezo a ayudar cuando $k = 0$ y todavia sigue.

4. (0.5) Suponga que el vendedor esta ayudando a un cliente que vitrina y hay un cliente que busca algo en la tienda. Escriba un pseudocodigo de lo que ocurre cuando lo el cliente que esta siendo ayudado termina su servicio.

Sol: Lo primero que debe ocurrir es determinar si hubo venta o no. Se tira una variable binaria con probabilidad 0.4, si sale positiva se tira una $U[20,500]$ para ver en cuanto aumentaron los ingresos.

Se reduce en uno el numero de clientes V. El vendedor esta libre y es asediado por el cliente B. Se tira una exponencial de media $\mu = 5$ para ver cuanto tiempo estara el cliente B con el vendedor.

5. (0.5) ¿Que tipo de políticas de venta puede estudiar con esta simulación?

Sol: Ejemplos: El vendedor siempre espera. El vendedor siempre ayuda. El vendedor espera entre ciertos tiempos y ayuda entre ciertos tiempos. El vendedor espera si el numero de clientes $V \leq$ algun numero.

Nota que el vendedor siempre ayuda si clientes $B \geq 1$

6. (0.5+0.5 bouns) Suponga que solo vende XBIX. Faltan 20 min para el cierre, la tienda esta vacia y el vendedor le cuenta que hay un chico que quiere comprar el XBIX 200 color rojo que queda. Se venden a \$200K. Pero como el XBIX 201 sale al mercado el dia siguiente, con lo que los XBIX 200 pierden un 75 % de su valor, el cliente ofrece solo \$51K. Use la regla de Littlewood para determinar el precio mínimo al cual conviene vender el XBIX 200. Explique los supuestos que hace.

Sol: La regla dice que vendemos el producto si el precio menor satisface

$$c_2 \geq 200Pr(\text{vendamos producto a precio completo})$$

Para vender el prod a precio completo, debemos venderlo a alguien que vitrina, ya que todos los que buscan el producto saben que al dia siguiente pierde 75 % del valor y no lo comprarian a precio completo (supuesto).

Entonces la probabilidad que nos interesa P es del evento que se lo podamos vender a un cliente V en los proximos 20 minutos. Esto es

$$P = \sum_{k \geq 1} Pr(\text{lleguen } k \text{ clientes V}) Pr(1 \text{ compre} | k \text{ clientes V}).$$

La proba que lleguen k clientes V en 20 min esta dada por una poisson de parametro $1/5 * 20 = 4$. Esto es, $prob = 4^k e^{-4} / k!$ Prob 1 compre si hay k clientes V es $1 - prob$ nadie compre. Suponemos que tratamos de vender el producto, asi que el vendedor ayuda a 1 de los k clientes V y los otros operan solos. (supuesto)

Esto nos da $prob = 1 - 0,6(0,7)^{k-1}$, lo que nos dice que

$$P = \sum_{k \geq 1} \frac{4^k e^{-4}}{k!} (1 - 0,6(0,7)^{k-1}) \quad (1)$$

$$= 1 - \frac{1}{7}e^{-4} - \frac{6}{7}e^{-1,2} = 0,7392 \quad (2)$$