INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

PAUTA CONTROL 2
IN42A – Semestre Otoño 2008
Tiempo 2:45 horas

Profesores: A. Kettlun, F. Cartes, E. Contreras, O. Saavedra, L. Tamblay, I. Riquelme
Auxiliares: F. Araya, J. Sidgman, D. Ehrenfeld

Pregunta 1. Comente brevemente (no más de 5 líneas) si la siguiente afirmación es Verdadera, Falsa o Falta Información. Justifique en cada caso.

a) Si una alternativa de inversión riesgosa está bajo la Línea de Mercado de Capitales significa que este proyecto entregan una rentabilidad superior a la que el mercado le exige dado su nivel de riesgo.

Falso, puesto que si está bajo la LMC entrega una rentabilidad menor, puesto que existe una alternativa de combinación de activos que para el mismo activo entrega una mayor rentabilidad.

b) En una economía con todos los activos riesgosos, las carteras eficientes deberán excluir activos con retornos esperados negativos.

R: Falso. Como se sabe, es posible tener una cartera eficiente con retornos negativos, pues puede que los pesos asociados a dichos retornos (w) sean negativos (como es el caso de un préstamo que recibe el inversionista). Por lo tanto, la influencia de retorno de este activo será muy importante para el retorno de la cartera, pues aumentará el retorno esperado total. Por lo anterior, la frontera eficiente se ve alterada.

c) Un aumento de la tasa de interés, provoca adelantar el envío al matadero de los novillos.

R: Falso. Un aumento en la tasa de interés se provoca cuando el Banco Central trata de frenar el consumo. Si se envían los novillos al matadero significa que seguramente se espera que se vendan más dado que subió la tasa lo cual es contra intuitivo. De hecho si se bajara significativamente la tasa de interés, habría más propensión al consumo y por tanto se justificaría que el dueño de los novillos estuviera esperando venderlos más rápido.

d) Una persona aversa al riesgo no comprará acciones, ya que su nivel de utilidad disminuye al aumentar el riesgo.

R: Incierto. Es verdadero que el nivel de utilidad disminuye al aumentar el riesgo para una persona aversa. Esta persona podría elegir invertir solamente en renta fija en vez de acciones, pero también podría crear una cartera de acciones que minimice su varianza. Por otro lado, también podría hacer un mix entre renta fija y acciones tal que se ajuste a su perfil de tomar bajo riesgo.

e) Indique porqué un proyecto con un VAN positivo no conviene realizarlo y qué condiciones requeriría para llevarlo a cabo.

R: Puede que ese proyecto sea excluyente con otro (y el otro tenga mejor VAN por lo que solo se hace el ultimo). Otra opción es que ese proyecto sea complementario con otro (y el otro no puedo hacerlo por alguna razón, ya sea técnica o económica).

f) El riesgo sistemático es aquel que desaparece con la diversificación y es propio de cada empresa.

R: Falso. Es el riesgo no sistemático el que se trata de minimizar cuando uno diversifica. Existe otro riesgo (sistemático) que involucra a los shocks imprevisibles del mercado que no se puede eliminar con la diversificación.

g) Toda evaluación de un proyecto puede ser modelada a través de árboles de decisión.

R: Falso. Los proyectos que involucran flujos por etapas y que dependen de distintos escenarios son los que se pueden evaluar con árboles de decisión.

h) A partir de los datos históricos del mercado una empresa ha determinado que, usando el Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM), la rentabilidad esperada de sus acciones es de un 15%. En consecuencia, todos los proyectos que emprenda la empresa deberán ser descontados a esa tasa.

R: Falso. Lo que se debe considerar es la tasa de descuento apropiada para cada proyecto, en función de su nivel de riesgo sistemático.

i) Si un activo tiene un beta mayor que uno, significa que requiere una prima por riesgo mayor que el mercado.

R: Verdadero. Uno debería esperar que ese activo tenga mayor retorno esperado que el mercado.

j) Se tiene una cartera formada por varias acciones, donde cada acción participa en un pequeño porcentaje dentro de la cartera. Si se está buscando la forma de mejorar la relación riesgo-retorno de la cartera, se debe eliminar de la cartera la acción que tiene mayor varianza. ¿Qué opina Ud. de ello?

R: Incierto (No penalizar si se pone falso y explican bien). Lo que se debería hacer es analizar la información de rentabilidades y volatilidades de cada activo y ver si hay alguna cartera que entrega mayor relación retorno-riesgo. Puede existir una acción que tenga la mayor varianza pero correlacionada negativamente con todas las demás y obtener así una cartera con menor varianza.

k) Para calcular la prima o premio por riesgo de un activo, lo más importante es cuantificar el riesgo no sistemático.

R: Falso. Lo importante es cuantificar a través del Beta el riesgo sistemático y así obtener el premio por riesgo que se tiene.

l) Un inversionista siempre elegirá cualquier activo o combinación de activos que se encuentre en el conjunto de portafolios eficientes.

R: Incierto (puede ser falso también). En teoría los inversionistas deberían elegir carteras de activos que sean eficientes. Sin embargo, en la práctica puede que la cartera que se haya elegido no sea la más eficiente si se analiza ex-post.
Por otro lado, el conjunto de portafolios eficientes está formado en base a información de retornos y volatilidades pasadas. El inversionista puede ver mejores perspectivas en carteras (o en un activo por si sólo) que aún cuando no estando en la frontera eficiente lo elija por expectativas propias. En el fondo, lo que puede interpretar el inversionista es que la rentabilidad y riesgo pasado no necesariamente representarán las perspectivas futuras.

Pregunta 2. Árboles de Decisión

Un mayorista está estudiando sus necesidades por bodegas para los próximos 8 años. Tiene en este momento 3 alternativas bajo estudio:

- construir una nueva bodega para reemplazar la existente,
- ampliar la instalación existente, o
- posponer la decisión de ampliar

Si la decisión se pospone el mayorista esperará 4 años y entonces decidirá ampliar las instalaciones existentes o dejarlas como están. Ampliar las instalaciones actuales costará ahora US$400.000 mientras que construir una nueva costará US$700.000. Se esperan los siguientes escenarios de demanda:

Escenario A	Demanda alta los 8 años
Escenario B	Demanda alta los primeros 4 años y baja los últimos 4 años.
Escenario C	Demanda baja los primeros 4 años y alta los últimos 4 años.
Escenario D	Demanda baja los 8 años.

Dependiendo de estos niveles de demanda, se espera recibir los siguientes ingresos anuales de las 2 alternativas que requieren una inversión en el momento:

	Ingresos Anuales (US$) según escenario de demanda			
	A	B	C	D
Construir bodega nueva ahora	320.000	160.000	110.000	80.000
Ampliar bodega existente ahora	200.000	150.000	100.000	50.000

Si se pospone la decisión de construir una bodega adicional, se espera que el costo de ampliarla dentro de 4 años sea igual a US$600.000. Se anticipa en este caso, que los ingresos anuales para una demanda alta y baja durante los primeros 4 años serán de US$50.000 y US$20.000, respectivamente. Los ingresos anuales para los 4 años restantes serán los siguientes:

	Ingresos Anuales (US$) según escenario de demanda	
	Alta	Baja
Ampliar bodega existente	400.000	100.000
Dejar como está	80.000	40.000

La tasa de descuento relevante es de 12% y las probabilidades de que la demanda tenga un determinado nivel en particular a lo largo del periodo de 8 años son:

Escenario	Probabilidad
A	0,3
B	0,2
C	0,1
D	0,4

Empleando el análisis de árbol de decisiones, determine la política decisoria que debe seguir el mayorista para maximizar sus utilidades esperadas.

Pregunta 3. Riesgo

1. Suponga que usted desea invertir $1.000.000 en las siguientes acciones:

Acciones	Retorno Esperado	Volatilidad	Correlación de los Retornos	
			A	B
A	5%	10%	1	-0,5
B	15%	20%	-0,5	1

a) Derive la cartera de mínimo riesgo M y muestre cuánto debiera invertir en el activo A y B. ¿Cuál es el retorno esperado y la volatilidad de M?

Respuesta

$$\frac{d\sigma^2}{dw} = 2\cdot w\cdot\sigma_A^2 - 2\cdot(1-w)\cdot\sigma_B^2 + 2\cdot(1-w)\cdot\sigma_A\cdot\sigma_B\cdot\rho_{AB} - 2\cdot w\cdot\sigma_A\cdot\sigma_B\cdot\rho_{AB}$$

$$E(r) = w\cdot r_A + (1-w)\cdot r_B$$

$$\sigma^2 = Var(r) = w^2\cdot Var(r_A) + (1-w)^2\cdot Var(r_B) + 2\cdot Cov(r_A, r_B)$$

$$\sigma^2 = w^2\cdot\sigma_A^2 + (1-w)^2\cdot\sigma_B^2 + 2\cdot w\cdot(1-w)\cdot\sigma_A\cdot\sigma_B\cdot\rho_{AB}$$

Para Minimizar

$$CPO \Rightarrow \frac{\partial\sigma^2}{\partial w} = 2w\cdot\sigma_A^2 - 2(1-w)\cdot\sigma_B^2 + 2\cdot(1-w)\cdot\sigma_A\cdot\sigma_B\cdot\rho_{AB} - 2\cdot w\cdot\sigma_A\cdot\sigma_B\cdot\rho_{AB} = 0$$

$$w\cdot\left(\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\cdot\sigma_A\cdot\sigma_B\cdot\rho_{AB}\right) - \sigma_B^2 + \sigma_A\cdot\sigma_B\cdot\rho_{AB} = 0$$

$$w^* = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_A\cdot\sigma_B\cdot\rho_{AB}}{\left(\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\cdot\sigma_A\cdot\sigma_B\cdot\rho_{AB}\right)}$$

$$w^* = \frac{0.04 - 0.1\cdot 0.2\cdot(-0.5)}{\left(0.01 + 0.04 - 2\cdot 0.1\cdot 0.2\cdot(-0.5)\right)} = \frac{0.05}{0.07}$$

$$w^* = 0.71 = 71\%$$

Retorno esperado

$$E(r) = w \cdot r_A + (1-w) \cdot r_B$$

$$E(r) = 71\% \cdot 5\% + 29\% \cdot 15\%$$

$$E(r) = 7.9\%$$

Volatilidad de M

$$\sigma^2 = w^2 \cdot \sigma_A^2 + (1-w)^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot w \cdot (1-w) \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB}$$

$$\sigma^2 = 0.71^2 \cdot 0.01 + 0.29^2 \cdot 0.02 + 2 \cdot 0.71 \cdot 0.29 \cdot 0.1 \cdot 0.2 \cdot (-0.5)$$

$$\sigma^2 = 0.00261 = 26.1\%$$

$$\sigma = 0.051 = 5.1\%$$

b) Suponiendo que el máximo riesgo que puede asumir es de 15%, ¿Cuánto debiera invertir en A y B, de manera de maximizar su retorno esperado?

Respuesta

$$\sigma^2 = 0.15^2 = w^2 \cdot \sigma_A^2 + (1-w)^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot w \cdot (1-w) \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB}$$

$$0{,}0225 = w^2 \cdot 0.01 + (1-w)^2 \cdot 0.04 + 2 \cdot w \cdot (1-w) \cdot 0.1 \cdot 0.2 \cdot (-0.5)$$

$$0{,}0225 = 0.01 \cdot w^2 + 0.04 - 0.08 \cdot w + 0.04 \cdot w^2 - 0.02 \cdot w + 0.02 \cdot w^2$$

$$0 = 0.07 \cdot w^2 - 0.1 \cdot w + 0{,}0175$$

$$w^* = \begin{cases} 1{,}224 \\ 0{,}204 \end{cases}$$

Debiera invertir en A 20,4% y en B 79,6%.

El retorno es 11,46%

c) Construya una cartera C (invirtiendo en A y B), que tenga cero covarianza con el activo B. ¿Cuál es el retorno esperado y la volatilidad de C?

Respuesta

$$E(r_C) = w \cdot r_A + (1-w) \cdot r_B$$

$$Cov(r_C, r_B) = Cov(w \cdot r_A + (1-w) \cdot r_B, r_B) = 0$$

$$Cov(r_C, r_B) = w \cdot Cov(r_A, r_B) + (1-w) \cdot Cov(r_B, r_B) = 0$$

$$Cov(r_C, r_B) = w \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB} + (1-w) \cdot Var(r_B) = 0$$

$$w \cdot \left(\sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB} - Var(r_B)\right) + Var(r_B) = 0$$

$$w^* = \frac{\sigma_B^2}{\left(\sigma_B^2 - \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB}\right)}$$

$$w^* = \frac{0.04}{\left(0.04 - 0.1 \cdot 0.2 \cdot (-0.5)\right)} = \frac{0.04}{0.05}$$

$$w^* = 0.8 = 80\%$$

Debo invertir 80% en A y 20% en B.

2. Sea la siguiente cartera compuesta por dos acciones

Acciones	Retorno Esperado	Matriz de Varianza Covarianza	
		A	B
X	10%	0,01	0,002
Y	20%	0,002	0,04

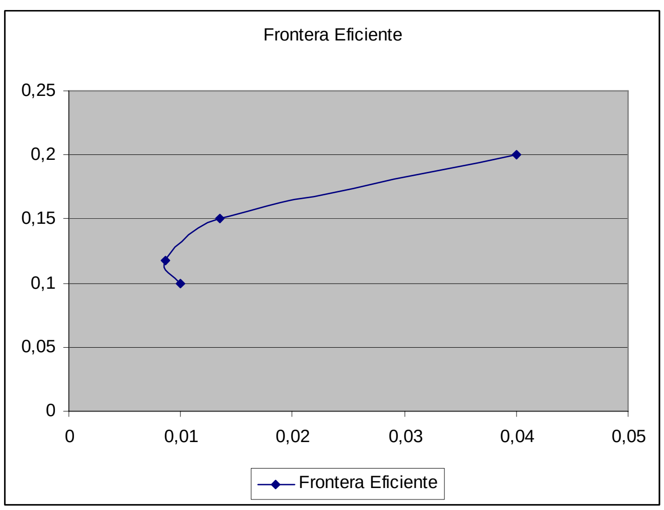
a) Encuentre la frontera eficiente e indique la rentabilidad del portafolio de mínimo riesgo. Grafique. (1,5 Pts.)

$$w^* = \frac{\sigma_B^2 - Cov(r_A, r_B)}{\left(\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2 \cdot Cov(r_A, r_B)\right)}$$

$$w^* = \frac{0.04 - 0.002}{\left(0.01 + 0.04 - 2 \cdot 0.002\right)} = \frac{0.038}{0.046} = 0.826$$

$$E(r_{MV}) = w \cdot r_A + (1 - w) \cdot r_B$$

$$E(r_{MV}) = 0.826 \cdot 0.1 + 0.174 \cdot 0.2 = 11{,}74\%$$



b) Asumiendo una tasa libre de riesgo igual al 4%, y teniendo la opción de invertir en el activo libre de riesgo, encuentre la Línea de Mercado de Capitales, e indique el punto donde se intercepta con la frontera eficiente encontrada anteriormente. (1,5 Pts.)

Respuesta

$$\sigma^2 = w^2 \cdot \sigma_A^2 + (1-w)^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot w \cdot (1-w) \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB}$$

$$\frac{d\sigma^2}{dr} = \frac{d\sigma^2}{dw} \cdot \frac{dw}{dr} = \frac{d\sigma^2}{dw} \Big/ \frac{dr}{dw}$$

$$\frac{dr}{dw} = r_A - r_B$$

$$\frac{d\sigma^2}{dw} = 2 \cdot w \cdot \sigma_A^2 - 2 \cdot (1-w) \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot (1-w) \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB} - 2 \cdot w \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB}$$

$$\frac{d\sigma^2}{dw} = 2 \cdot w \cdot \sigma_A^2 - 2 \cdot (1-w) \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot (1-2w) \cdot \sigma_{AB}$$

$$\frac{dr}{d\sigma^2} = \frac{r_M - r_f}{\sigma_M^2} = \frac{dr}{dw} \Big/ \frac{d\sigma^2}{dw} = \frac{r_A - r_B}{2 \cdot w \cdot \sigma_A^2 - 2 \cdot (1-w) \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot (1-2w) \cdot \sigma_{AB}}$$

Dado que en el punto de la cartera de mercado, las pendientes de la curva eficiente y la LMC son iguales, igualamos a la pendiente de la curva de LMC.

$$\frac{(r_A - r_B) 2\sigma}{2 \cdot w \cdot \sigma_A^2 - 2 \cdot (1-w) \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot (1-2w) \cdot \sigma_{AB}} = \left[\frac{r_M - r_f}{\sigma_M} \right]$$

Como el punto pertenece a la frontera eficiente,

$$\frac{(r_A - r_B) 2{\sigma_M}^2}{2 \cdot w \cdot \sigma_A^2 - 2 \cdot (1-w) \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot (1-2w) \cdot \sigma_{AB}} = w * r_A + (1-w) * r_B - r_f$$

$$\frac{(r_A - r_B) {\sigma_M}^2}{w \cdot \sigma_A^2 - (1-w) \cdot \sigma_B^2 + (1-2w) \cdot \sigma_{AB}} = w * r_A + (1-w) * r_B - r_f$$

Reemplazando los valores, y despejando una ecuación para w, tenemos:

$$0.02w^3 - 0.033w^2 - 0.008w + 0.008 = 0$$

$$w = \begin{cases} 1.748 \\ -0.523 \\ 0.432 \end{cases}$$

y w tiene que pertenecer al conjunto [0,1]

Luego, w=0.432

Con esto,

$$r_{Mercado} = 0.432 \cdot r_A + (1-0.432) \cdot r_B = 15.7\%$$

$$\sigma^2{}_{Mercado} = 0.432^2 \cdot 0.01 + 0.568^2 \cdot 0.04 + 2 \cdot 0.432 \cdot 0.568 \cdot 0.002 = 1.575\%$$

$$\sigma_{Mercado} = 12.55\%$$

La LMC es igual a: r=0.04+(0.117/0.1255) σ =0.04+0.93 σ

Ojo: Resolución con los datos "extras" entregados en la prueba

$$E(r_M) = w \cdot r_A + (1-w) \cdot r_B$$

$$Cov(r_M, r_A) = Cov(w \cdot r_A + (1-w) \cdot r_B, r_A) = 0{,}0055$$

$$Cov(r_M, r_A) = w \cdot Cov(r_A, r_A) + (1-w) \cdot Cov(r_B, r_A) = 0{,}0055$$

$$Cov(r_M, r_A) = w \cdot Var(r_A) + (1-w) \cdot 0{,}002 = 0{,}0055$$

$$Cov(r_M, r_A) = w \cdot 0.01 + (1-w) \cdot 0{,}002 = 0{,}0055$$

$$w \cdot (0.01 - 0.002) + 0.002 = 0.0055$$

$$w^* = \frac{0.0055 - 0.002}{(0.008)} = \frac{0.0035}{0.008} = 0.437$$

Con esto,

$$r_{Mercado} = 0.437 \cdot r_A + (1-0.437) \cdot r_B = 15.63\%$$

$$\sigma^2{}_{Mercado} = 0.437^2 \cdot 0.01 + 0.563^2 \cdot 0.04 + 2 \cdot 0.437 \cdot 0.563 \cdot 0.002 = 1.557\%$$

$$\sigma_{Mercado} = 12.47\%$$