Pequeña Economía Abierta con Inversión
IN4203 Macroeconomía

Profesor: Benjamín Villena R.
Auxiliar: Miguel Biron L.
3 de Junio de 2010

Caso Economía Cerrada

$$\max u(C_1) + \beta u(C_2)$$

s.a

1. $Y_1 = C_1 + I_1$
2. $Y_2 = C_2 + I_2$
3. $Y_1 = F(k_0)$
4. $Y_2 = F(k_1)$
5. $I_1 = k_1 - (1-\delta)k_0$
6. $I_2 = k_2 - (1-\delta)k_1$

Por optimalidad $k_2 = 0$, se tendrá que:

$$C_1 = F(k_0) - k_1 + (1-\delta)k_0$$
$$C_2 = F(k_1) + (1-\delta)k_1$$

Con esto, el problema se resume en:

$$\max_{K_1} u(F(k_0) - k_1 + (1-\delta)k_0) + \beta u(F(k_1) + (1-\delta)k_1)$$

Sacando las CPO:

$$\frac{\partial}{\partial K_1} = 0 = -u'(F(k_0) - k_1 + (1-\delta)k_0) + \beta u'(F(k_1) + (1-\delta)k_1)(F'_k + 1 - \delta)$$

Esto implica que

$$\frac{u'(C_1)}{\beta u(C_2)} = F'(K_1) + 1 - \delta$$

Esto significa que la tasa de sustitución intertemporal del consumo es igual a $F'(K_1) + 1 - \delta$. Por otra parte, sabemos que las tasas de sustitución entre dos bienes, en equilibrio, siempre son iguales al precio relativo de los bienes. En este caso, el precio relativo, tal como vimos en los modelos de consumo, es $1 + r$. Por lo tanto, se obtendrá que

$$F_k' + 1 - \delta = 1 + r \Rightarrow r = F_k' - \delta$$

Esta es el valor que toma la tasa de interés en el caso que la economía está cerrada. Por último, usando las expresiones anteriores para C_1 y C_2 se pueden encontrar los consumos, suponiendo que se tienen expresiones para $F(\cdot)$ y $u(\cdot)$.

Caso Economía Abierta

Ahora suponemos que la pequeña economía está abierta, y observa una tasa de interés internacional r_i. Como es pequeña, no puede afectarla y la toma como dada. El problema es el siguiente:

$$\max u(C_1) + \beta u(C_2)$$

s.a

1. $Y_1 + B_0(1 + r_i) = C_1 + I_1 + B_1$
2. $Y_2 + B_1(1 + r_i) = C_2 + I_2 + B_2$
3. $Y_1 = F(k_0)$
4. $Y_2 = F(k_1)$
5. $I_1 = k_1 - (1 - \delta)k_0$
6. $I_2 = k_2 - (1 - \delta)k_1$

Suponiendo $B_0 = 0$ y que por optimalidad $B_2 = k_2 = 0$, se tendrá que:

$$C_1 = F(k_0) - k_1 + (1 - \delta)k_0 - B_1$$

$$C_2 = F(k_1) + B_1(1+r_i) + (1-\delta)k_1$$

Con esto, el problema se resume en:

$$\max_{K_1,B_1} u(F(k_0) - k_1 + (1-\delta)k_0 - B_1) + \beta u(F(k_1) + B_1(1+r_i) + (1-\delta)k_1)$$

Sacando las CPO:

$$\frac{\partial}{\partial K_1} = 0 = -u'(F(k_0) - k_1 + (1-\delta)k_0 - B_1) + \beta u'(F(k_1) + B_1(1+r_i) + (1-\delta)k_1)(F'_k + 1 - \delta)$$

Esto implica que

$$\frac{u'(C_1)}{\beta u(C_2)} = F'(K_1) + 1 - \delta$$

Derivando ahora con respecto a B_1

$$\frac{\partial}{\partial B_1} = 0 = -u'(F(k_0) - k_1 + (1-\delta)k_0 - B_1) + \beta u'(F(k_1) + B_1(1+r_i) + (1-\delta)k_1)(1+r_i)$$

Despejando

$$\frac{u'(C_1)}{\beta u(C_2)} = 1 + r_i$$

Igualando las expresiones anteriores encontramos que:

$$F'_k + 1 - \delta = 1 + r_i \Rightarrow F'_k = r_i + \delta$$

La ecuación anterior dice que en el caso de una pequeña economía abierta, las firmas toman la tasa internacional como dada y calculan el capital óptimo usando $F'_k = r_i + \delta$. Luego, los consumidores calculan los niveles de consumo que maximizan su utilidad. Usando las expresiones anteriores para C_1 y C_2, más alguna de las CPO, se pueden encontrar las 3 incógnitas que quedan: B_1, C_1 y C_2. Para esto se necesitaría conocer $F(\cdot)$ y $u(\cdot)$.